به نام خدا



سایت گروه آموزشی آلم

ابتدایی، راهنمایی، دبیرستان، کنکور و دانشگاه

www.g-alm.ir	
www.g-alm.ir/ac	دانشگاه
www.g-alm.ir/forum	انجمن
www.g-alm.ir/azmoon	آزمون های آلم
www.g-alm.ir/shop	فروشگاه
www.film.g-alm.ir	فیلم های آموزشی

www.g-alm.ir

دفترچه پاسخ

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آزمون ۲۰ مرداد ماه ۹۶

پیش‌دانشگاهی ریاضی

	نام درس	نام طراحان
عمومی و اختصاصی	زبان و ادبیات فارسی	محسن اصغری ـ داود تالشی ـ علیرضا جعفری ـ ابراهیم رضایی‌مقدم ـ مریم شمیرانی ـ سیدجمال طباطبایی‌نژاد ـ سعید گنج‌بخش‌زمانی الهام محمدی ـ مرتضی منشاری ـ حسن وسگری ـ منتخب از سؤال‌های کتاب زرد عمومی
	عربی	ابوالفضل تاجیک ـ مهدی ترابی ـ حسین رضایی ـ احمد طریقی ـ سیدمحمدعلی مرتضوی ـ فاطمه منصورخاکی ـ اسماعیل یونس‌پور منتخب از سؤال‌های کتاب زرد عمومی
	دین و زندگی	حامد دورانی ـ عباس سیدشبستری ـ محمدحسن فضلعلی ـ وحیده کاغذی ـ سیداحسان هندی ـ منتخب از سؤال‌های کتاب زرد عمومی
	زبان انگلیسی	شهاب اناری ـ بهرام دستگیری ـ میرحسین زاهدی ـ عبدالرشید شفیعی ـ علی شکوهی ـ رضا کیاسالار ـ جواد مؤمنی ـ منتخب از سؤال‌های کتاب زرد عمومی
	دیفرانسیل و ریاضی پایه	محمدمصطفی ابراهیمی ـ علی‌اصغر تنها ـ محمدرضا توجه ـ امیرهوشنگ خمسه ـ علی‌اصغر شریفی ـ علی شهرابی ـ مهدی ملارمضانی محمدامین نیاخته
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب ـ رضا پورحسینی ـ محمدصادق ثابتی ـ سیدامیر ستوده ـ شروین سیاح‌نیا ـ محمدطاهر شعاعی ـ رضا عباسی‌اصل ـ حمید گروسی محمد گل‌صفتان ـ محمدابرهیم گیتی‌زاده ـ نوید مجیدی ـ محمدجواد محسنی ـ رسول محسنی‌منش ـ محسن محمدکریمی ـ مجید محمدی‌نویسی سیدعادل‌رضا مرتضوی ـ مهرداد ملوندی ـ میلاد منصوری
	جبرواحتمال، آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب ـ عباس اسدی امیرآبادی ـ کاظم باقرزاده‌چهره ـ رضا پورحسینی ـ کوروش داوودی ـ سیدوحید ذوالفقاری ـ آرش رحیمی سعید زوارقی ـ سیدامیر ستوده ـ سیدمصطفی سیدحسینی ـ علیرضا سیف ـ علیرضا شریف خطیبی ـ فرهاد صابر ـ علی‌اکبر علیزاده ـ مجید فدایی حمید گروسی ـ نوید مجیدی ـ محمدجواد محسنی ـ مهرداد ملوندی ـ میلاد منصوری ـ سروش موئینی
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد ـ حسن اسحاق‌زاده ـ محسن تواتا ـ ملیحه جعفری ـ حسن خوشنام ـ حمید زرین‌کفش ـ کاظم شاهملکی ـ محمدعلی عباسی معصومه علیزاده ـ بهادر کامران ـ احسان کرمی ـ مصطفی کیانی ـ فرشاد لطف‌الهزاده ـ محمد نادری ـ نیما نوروزی ـ علیرضا یارمحمدی
	شیمی	اکبر ابراهیم‌نتاج ـ مسعود جعفری ـ محمدرضا جمشیدی ـ موسی خیاط‌علیمحمدی ـ حسن رحمتی‌کوکنده ـ حامد رواز ـ حسین سلیمی رسول عابدینی‌زواره ـ مصطفی عرب‌عامری ـ محمد عظیمیان‌زواره ـ روح‌الله علیزاده ـ حسن عیسی‌زاده ـ علی فرزادتبار ـ شهرام محمدزاده سیدطاها مصطفوی ـ علی مؤیدی ـ فرشاد میرزایی ـ علی نوری‌زاده ـ محمدرضا وسگری ـ فرشاد هادیان‌فرد

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	زبان و ادبیات فارسی	عربی	دین و زندگی	زبان انگلیسی	دیفرانسیل و ریاضی‌پایه	هندسه	جبرواحتمال، آمار و گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مرتضی منشاری	درویشعلی ابراهیمی	حامد دورانی	جواد مؤمنی	محمدمصطفی ابراهیمی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	مسعود جعفری
گروه ویراستاری	مریم شمیرانی	سیدمحمدعلی مرتضوی	صالح احسانی سیداحسان هندی	عبدالرشید شفیعی	حمید زرین‌کفش مهدی ملارمضانی مرضیه گودرزی هادی پلاور	علی ارجمند مرضیه گودرزی هادی پلاور	علی ارجمند مرضیه گودرزی هادی پلاور	حمید زرین‌کفش معصومه علیزاده	امیرحسین معروفی عرفان محمودی مجید بیانلو الهام شفیعی مسعود علوی‌امامی
مسئول درس	الهام محمدی	فاطمه منصورخاکی	حامد دورانی	جواد مؤمنی	علی ارجمند	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	سهند راحمی‌پور
بازبینی نهایی					سینا اکبری	سینا اکبری	سینا اکبری	امیرحسین برادران	———

گروه فنی و تولید

مدیران گروه	محمد اکبری (اختصاصی) ـ الهام محمدی ـ فاطمه منصورخاکی (عمومی)
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده (اختصاصی)
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئولین دفترچه: آتنه اسفندیاری (اختصاصی) ـ لیلا ایزدی (عمومی)
حروفنگار	ندا اشرفی ـ زهره فرجی
ناظر چاپ	حمید محمدی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین ـ پلاک ۹۲۳ ـ کانون فرهنگی آموزش ـ تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

ادبیات فارسی ۳

۱- (حسن وسکری- ساری)

تجلّی: نمودار شدن، هویدا شدن (ادبیات فارسی ۳، لغت، فهرست واژگان)

۲- (مرتضی منشاری- اردبیل)

در هر گروه، یک واژه نادرست معنی شده است:

الف) سرسام: هذیان، سردرد، سرگیجه

ب) توقیع: امضا کردن نامه و فرمان (ادبیات فارسی ۳، لغت، صفحه‌ی ۵۲)

۳- (سیدجمال طباطبایی‌نژاد)

«مرثیه‌ای که ناسروده ماند»، نوشته‌ی پرویز خرسند است.

(ادبیات فارسی ۳، تاریخ ادبیات، صفحه‌ی ۶۳ و پیش اعلام)

۴- (الهام محمدی)

هر دو اثر گزینه‌ی «۳»، به نثر هستند.

(ادبیات فارسی ۳، تاریخ ادبیات، صفحه‌های ۴۰ و ۶۳)

۵- (مریم شمیرانی)

«قطره‌ایم»: تشبیه / «سرنمی‌پیچد»: کنایه از «تافرمانی نمی‌کند» / «شبنم که سر نمی‌پیچد»: استعاره / ایهام: «تیغ»: دو معنا دارد: ۱- شمشیر ۲- شعاع آفتاب

(زبان و ادبیات فارسی، تراوه)

۶- (داود تالشی)

«ج»: «تبسّم گل»: تشخیص و استعاره / «الف»: «لب آز»: تشبیه (اضافه‌ی تشبیهی) / «ب»: «دم عیسی»: تلمیح / «د»: مصراع اول کنایه از «عبودیت و بندگی داشتن». (زبان و ادبیات فارسی، تراوه)

۷- (مریم شمیرانی)

مقصود از «بوسه‌گاه وادی ایمن» سرزمین فلسطین است.

در گزینه‌ی «۱»، «وادی»، در گزینه‌ی «۲»، «خانه» و «تخت و نگین» و در گزینه‌ی «۴»، «طور سینین» مفهوم «سرزمین فلسطین» را دارند.

(ادبیات فارسی ۳، مفهوم، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۸- (مریم شمیرانی)

حتمی بودن مرگ و توصیه به فراهم کردن توشه‌ی سفر آخرت در گزینه‌های «۱، ۲ و ۳» دیده می‌شود.

(ادبیات فارسی ۳، مفهوم، صفحه‌ی ۷۲)

۹- (داود تالشی)

مفهوم بیت صورت سؤال و گزینه‌ی «۳»: «ناپایداری دنیا، دنبال کمک به دیگران بودن، اغتنام فرصت»

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: ظلم پادشاه سبب نابودی اوست.

گزینه‌ی «۲»: نعمت دانش و حکمت را قدر بدان که تو را ثروتمند می‌کند.

گزینه‌ی «۴»: عمرت دراز باد و دست بد از تو کوتاه.

(ادبیات فارسی ۳، مفهوم، صفحه‌ی ۶۰)

۱۰- (مریم شمیرانی)

در عبارت صورت سؤال قاضی بست مدعی است که به مال اندک و حلال خود خرسند است و بیش نمی‌جوید و در گزینه‌های «۱، ۲ و ۳» قناعت به کم خویش مطرح شده است، اما در گزینه‌ی «۴» شاعر معتقد است وقتی ذات و سرشت گدا اصرار و خواستن است، نمی‌تواند قانع باشد. (ادبیات فارسی ۳، مفهوم، صفحه‌ی ۵۴)

زبان فارسی ۳

۱۱- (ابراهیم رضایی‌مقدم- لاهیجان)

واژه‌های «خار» و «حضر» در بیت اول و واژه‌ی «غریب» در بیت چهارم از نظر املایی غلط‌اند. (زبان فارسی ۳، املا، صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۱۲- (مرتضی منشاری- اردبیل)

جمله‌ی ششم: نور خورشید: (نهاد محذوف) / آن‌ها (شان): (مفعول) / درخشان‌تر (مسند) / می‌کرد (فعل)

جمله‌ی هفتم: نور خورشید: (نهاد محذوف) / نوک سپیدارها را: (مفعول) / رنگ: (مفعول) / زد: (فعل) (زبان فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۶)

۱۳- (مرتضی منشاری- اردبیل)

«پرسش از افراد مطّلع» در مورد زندگی‌نامه‌های رمان‌گونه درست نیست و در این گونه آثار، نویسنده سعی می‌کند براساس مستندات تاریخی و با اتکا به واقعیت‌های موجود، زندگی یکی از بزرگان را در قالب یک ماجرا بنویسد.

(زبان فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۱۴- (سیدجمال طباطبایی‌نژاد)

«گرفتن» در بیت صورت سؤال و گزینه‌ی «۳» در معنی «فرض کردن، پنداشتن، به حساب آوردن» آمده است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «گرفتن» در معنی «یخ بستن» / گزینه‌ی «۲»: «گرفتن» در معنی «شعله‌ور شدن» / گزینه‌ی «۴»: «گرفتن» در معنی «نوشیدن و خوردن»

(زبان فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۵- (علیرضا جعفری- شیراز)

واژه‌های «مجتمع»، «خواهی» و «زنبور» نامطابق املایی هستند.

(زبان فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۱۶- (سعید گنج‌بخش‌زمانی)

خسته و زیبا (مسند) + است و بود (فعل اسنادی) باید بینشان فاصله‌ی میان واژه‌ای باشد.

(زبان فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

۱۷- (محسن اصغری)

«افسوس» در بیت «ج» جمله‌ی استثنایی (بی‌فعل) یک‌جزئی است.

(زبان فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

۱۸- (مریم شمیرانی)

گزیر: چاره / گریز: فرار که «گزیر» صحیح است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: مس: لمس کردن / مسح: کشیدن دست تر بر دست یا پا در وضو

گزینه‌ی «۲»: تصفیه: پاک کردن / تسویه: مساوی کردن

گزینه‌ی «۳»: استیفا: گرفتن تمام مال یا حق خویش از کسی / استعفا: درخواست کناره‌گیری از کار *(زبان فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)*

۱۹- (سیدجمال طباطبایی‌نژاد)

توجّه: در شناخت نقش‌های دستوری اصل اول معنی بیت است.

صورت منظم بیت چنین است:

سنگ بدگوهر اگر کاسه‌ی زرّین را بشکست

نهاد صفت

قیمت سنگ نیفزاید (افزوده نمی‌شود) و قیمت زر کم نمی‌شود

دو نکته‌ی مهم بیت این است که اوّلاً فعل نیفزاید ناگذر است.

دوماً، نهاد جمله‌ی آخر «قیمت» به قرینه‌ی لفظی حذف شده است؛ بنابراین «زر» مضاف‌الیه است. *(زبان فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۶)*

۲۰- (مریم شمیرانی)

ابدال: «تنبل- ینبوع» (۲ مورد)

واو معدوله: «خوازه- خواستار- خواری» (۳ مورد)

(زبان فارسی ۳، زبان‌فارسی، صفحه‌ی ۷۳)

زبان و ادبیات فارسی ۳

۲۱- (سراسری زبان- ۹۳)

سوفار: دهانه‌ی تیر

(ادبیات فارسی، لغت، ترکیبی)

۲۲- (سراسری زبان- ۹۳)

املای درست کلمات عبارت‌اند از: «معونت و نگذارد».

(زبان فارسی ۳، املا، صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۳۱)

۲۳- (سراسری زبان- ۹۲)

همه‌ی آثار ذکر شده در گزینه‌ی «۴»، از آثار چارلز دیکنز، داستان‌نویس مشهور انگلیسی است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: بوته‌زار: علی‌محمد افغانی / گزینه‌ی «۲»: شلغم میوه‌ی بهشته: علی‌محمّد افغانی / گزینه‌ی «۳»: شادکامان دره‌ی قره‌سو: علی محمّد افغانی

(ادبیات فارسی ۳، تاریخ ادبیات، بخش اعلام و صفحه‌ی ۳۸)

۲۴- (سراسری زبان- ۹۴)

«بوته‌زار، شلغم میوه‌ی بهشته، شوهر آهو خانم و شادکامان دره‌ی قره‌سو از علی محمّد افغانی/ از آسمان سبز، دری به خانه‌ی خورشید و از این ستاره تا آن ستاره از سلمان هراتی/ شبلی در آتش، از نخلستان تا خیابان از علی‌رضا قزوه/ آرش، خانگی، از قرق تا خروسخوان، با دماوند خاموش از سیاوش کسرایی/ ارتباط ایرانی: علی مؤذّنی/ از گلوی کوچک رود: مصطفی علی‌پور/ آواز گلسنگ: فاطمه راکعی/ ترس و لرز و گور و گهواره: غلامحسین ساعدی/ آن‌جا که حق پیروز است: پرویز خرسند/ ماه نو و مرغان آواره: تاگور» *(ادبیات فارسی ۳، تاریخ ادبیات، بخش اعلام)*

۲۵- (سراسری زبان- ۹۲)

«کام صدف»: اضافه‌ی استعاری، تشخیص / «حرف» مجاز از «سخن» / «لعل» استعاره از «لب» / «شکربار» کنایه از «شیرین» *(زبان و ادبیات فارسی، آرایه)*

۲۶- (سراسری زبان- ۹۴)

واژه‌های این گزینه همگی ۴ تکواژ دارند: کام + رو + ا + یی/ سپید + ه + دم + ان/ وا+ بست + ه + گی

گزینه‌ی «۱»: غزل+ واره/ چوب + ینه/ زیب + ا + یی

گزینه‌ی «۲»: یی + پروا / ره + آورد/ کوزه + گر + ی

گزینه‌ی «۴»: گوار + ا + ترین/ گرد + ـ + ش + کن + ان/ نا+ رس + ا + یی

(زبان فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه‌ی ۱۵)

۲۷- (سراسری زبان- ۹۱)

تألیف (هسته) آن (صفت مضاف‌الیه) کتب (مضاف‌الیه)/ رشته‌ی (هسته) ادبیّات (مضاف‌الیه) فارسی (صفت مضاف‌الیه)/ مجموعه‌ی (هسته) مقالات (مضاف‌الیه) فرهنگی (صفت مضاف‌الیه)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: آثار (هسته) گران‌بهای (صفت) آن (صفت مضاف‌الیه) مرد (مضاف‌الیه)/ علمای (هسته) روحانی (صفت) مشهد (مضاف‌الیه)/ خانواده‌ی (هسته) بزرگ (صفت) وی (مضاف‌الیه)

گزینه‌ی «۳»: استاد (هسته) کرسی (مضاف‌الیه) حافظ (مضاف‌الیه مضاف‌الیه)/ نخستین (صفت شمارشی ترتیبی) دانش‌پژوه (هسته) ادبی (صفت)/ چهار (صفت شمارشی اصلی) زمینه‌ی (هسته)تألیف (مضاف‌الیه)

گزینه‌ی «۴»: پایان‌نامه‌ی (هسته) دوره‌ی (مضاف‌الیه) دکتری (مضاف‌الیه مضاف‌الیه)/ مجموعه‌ی (هسته) دروس (مضاف‌الیه) حوزوی (صفت مضاف‌الیه)/ درس (هسته) مهم (صفت) قرآن (مضاف‌الیه) *(زبان فارسی ۳، زبان فارسی، صفحه‌ی ۱۰۸)*

۲۸- (سراسری زبان- ۹۴)

بیت صورت سؤال می‌گوید: من در وجود هر کسی خوی و عادتی قرار داده و به هر کسی شیوه‌ای آموخته‌ام تا با آن منظور و مقصود خود را بیان کند. در بیت گزینه‌ی «۲» نیز همین مفهوم کامل می‌شود که: سخنان به ظاهر کفرآمیز چوپان از زبان وی (شیوه‌ی او) مدح و از زبان تو (موسی) نکوهش است.

(ادبیات فارسی ۳، مفهوم، صفحه‌ی ۱۶۰)

۲۹- (سراسری زبان- ۹۳)

از بس که شمع (معشوق) و پروانه (عاشق) با هم یکی و یک رنگ شده‌اند، اگر باد تند به خاکستر پروانه بوزد، شمع نیز بر خود می‌لرزد.

(ادبیات فارسی ۳، مفهوم، صفحه‌ی ۱۰۳)

۳۰- (سراسری زبان- ۹۲)

در عبارات صورت سؤال گوینده معتقد است که برای شنیدن صداهای رازآلود طبیعت باید محرم این اسرار بود و در گزینه‌ی «۴» نیز شاعر معتقد است که نامحرمان را به تماشاگه راز، راه نیست.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: چون روز وصال آمد از شب هجران شکایت نمی‌کنیم / گزینه‌ی «۲»: یاد نیکی تو تسبیح فرشتگان است از بس که گوهرت پاکیزه است. / گزینه‌ی «۳»: هنگام مُحرم شدن مراقب خودت باش که با کوچک‌ترین خطا، مجرم و گناهکار می‌شوی.

(ادبیات فارسی ۳، مفهوم، صفحه‌ی ۱۳۸)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

عربی ۳

۳۱- *(فاطمه منصورفاکی)*

«قد أثبتت»: ثابت کرده است / «الإکتشافات الحدیثة»: اکتشافات جدید / «أنّ الألوان الّتی»: که رنگ‌هایی که / «تختفی»: پنهان (مخفی) می‌شوند / «فی أعماق البحار»: در اعماق دریاها / «تُسبِّبُ»: (در این‌جا) سبب می‌گردند / «جزءاً»: بخشی، قسمتی / «من الظلمة»: از تاریکی

(ترجمه)

۳۲- *(فاطمه منصورفاکی)*

«حینما»: وقتی، هنگامی‌که / «کانت ... تدرسان»: درس می‌خواندند (ماضی استمراری) / «أختی»: خواهرم / «مع صدیقتها»: با دوستش / «أمّی»: مادرم / «ساعدتهما ... مساعدة معلّمة حنون»: هم‌چون معلّمی مهربان به آن‌ها کمک کرد (مساعدة معلّمة: مفعول مطلق نوعی)

(ترجمه)

۳۳- *(حسین رضایی)*

صورت صحیح ترجمه: «از کسی‌که حق را می‌گوید دلیلش دفاع کن!»

نکته‌ی مهم درسی

وقتی که مفعول‌مطلق، صفت دارد، فقط صفتش را ترجمه می‌کنیم (به شکل مفعول‌به ترجمه نمی‌شود.).

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: وقتی مفعول‌مطلق، مضاف‌إلیه دارد، به‌جای خود مفعول‌مطلق، کلمه‌ی «هم‌چون، مانند و ...» را می‌آوریم و فقط مضاف‌إلیه آن را ترجمه می‌کنیم.

گزینه‌ی «۳»: «کثیراً» به‌عنوان صفتی که جانشین موصوف خود (مفعول مطلق) شده است، به‌صورت «زیاد، بسیار» ترجمه می‌شود.

گزینه‌ی «۴»: در ترجمه‌ی مفعول‌مطلق تأکیدی از قیدهای «کاملاً، حتماً، قطعاً و ...» استفاده می‌کنیم.

(ترجمه)

۳۴- *(فاطمه منصورفاکی)*

ترجمه‌ی آیه‌ی شریفه در صورت سؤال: «بی‌شک خوبی‌ها، بدی‌ها را از بین می‌برند» با عبارت گزینه‌ی «۴» تناسب دارد (خوبی‌ها پاک‌کننده‌ی گناهانی هستند که آن‌ها را انجام داده‌ایم!)

(درک مطلب و مفهوم)

۳۵- *(ابوالفضل تابیک)*

نکته‌ی مهم درسی

باب مفاعلة معنای «همراهی» دارد و کلمه‌ی «مع» در آن نهفته است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «قطعاً» تعریب نشده است.

گزینه‌ی «۲»: تعریب «درس‌هایمان» به‌صورت «دروسنا» صحیح است.

گزینه‌ی «۴»: «فرحون» به دلیل خبر «کان» بودن، باید منصوب باشد (فرحین).

(تعریب)

۳۶- *(احمد طریقی)*

در این گزینه، مفعول‌فیه منصوب وجود ندارد، زیرا که کلمه‌ی «المسجد» به‌وسیله‌ی حرف جر «فی» مجرور شده است. در سایر گزینه‌ها، مفعول‌فیه زمانی یا مکانی وجود دارد، که در هر سه مورد، مفعول‌فیه، به علّت مبنی بودن، محلاً منصوب است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: کلمه‌ی «مَتی» اسم استفهام برای زمان و به‌معنی «چه وقت؟» است و بعد از آن، فعل قرار دارد، بنابراین مفعول‌فیه زمانی و محلاً منصوب است، زیرا مبنی است.

گزینه‌ی «۲»: کلمه‌ی «أمْسِ» به‌معنی «دیروز» ظرف زمان و مبنی بر کسره، مفعول‌فیه زمانی و محلاً منصوب است.

گزینه‌ی «۴»: کلمه‌ی «أینَ» اسم استفهام برای مکان به‌معنی «کجا؟»، مفعول‌فیه مکانی و محلاً منصوب است، زیرا مبنی می‌باشد.

(منصوبات)

۳۷- *(مهدی ترابی)*

«إخراجاً» مصدر منصوب از باب «إفعال» برای فعل ثلاثی مزید «یُخرِجُ» است و چون دارای صفت (شدیداً) است، بنابراین مفعول مطلق نوعی می‌باشد.

(منصوبات)

۳۸- *(ابوالفضل تابیک)*

«عند الطیران» به‌معنای «هنگام پرواز» است، لذا «عند» در این‌جا ظرف زمان است. در سایر گزینه‌ها «عند» ظرف مکان است.

(منصوبات)

۳۹- *(سیدمحمدعلی مرتضوی)*

«قراءة» بدون صفت یا مضاف‌الیه آمده است، در نتیجه مفعول مطلق تأکیدی است، در حالی‌که در سایر گزینه‌ها، مفعول مطلق نوعی به‌کار رفته است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «تعلیماً» مفعول مطلق نوعی است چرا که پس از آن صفتی مفرد آمده است.

گزینه‌ی «۲»: «تناول» مفعول مطلق نوعی است چرا که پس از آن مضاف‌الیه آمده است.

گزینه‌ی «۳»: «عیناً» مفعول مطلق نوعی است چرا که پس از آن جمله‌ی وصفیه آمده است.

(منصوبات)

۴۰- *(اسماعیل یونس‌پور)*

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «تتوکل»: «مزید ثلاثی بزیادة حرفین» صحیح است. («تتوکل» از باب تفعُّل است و دو حرف اضافه دارد.)

گزینه‌ی «۳»: «الله»: «منصرف» است.

گزینه‌ی «۴»: «توکُّلاً»: «مصدر باب تفعُّل و جامد» است.

(تحلیل صرفی و نحوی)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

عربی ۳

۴۱- (سراسری زبان- ۹۴)

«إنّ قلبی مطمئن»: همانا دلم مطمئن است / «اطمئناناً تامّاً» (مفعول مطلق نوعی): کاملاً / «لأنّ»: زیرا / «محاولاتی کلّها»: همه‌ی تلاش‌هایم / «کانت»: بوده است / «من البدایة»: از آغاز / «فی سبیل الله»: در راه خدا (ترجمه)

۴۲- (سراسری زبان- ۹۵)

«إن انکسار ضوء الشمس»: شکستن نور خورشید (نادرستی گزینه‌های «۳ و ۴») / «فی قطرات الماء الصغیرة الموجودة»: در قطرات کوچک آب موجود (نادرستی سایر گزینه‌ها) / «فی الجوّ»: در جو / «عند نزول المطر»: هنگام بارش باران (نادرستی گزینه‌ی «۳») / «یُحدث»: به‌وجود می‌آورد (نادرستی گزینه‌های «۲ و ۴») / «ظاهرة قوس قزح»: پدیده‌ی قوس قزح را (ترجمه)

۴۳- (سراسری زبان- ۹۴)

«بعضی ماهی‌ها»: بعض الأسماک / «بیش از بیست متر»: أکثر من عشرین متراً / «در دریا»: فی البحر / «فرو نمی‌روند»: لا تغوص / «ولی (بعضی از آن‌ها)»: ولکن بعضها / «به عمق بیش از دویست متر»: الی عمق أکثر من مائتی متر / «هم»: أیضاً / «می رسند»: تَصِلُ (تعریب)

۴۴- (سراسری زبان- ۹۴)

جمله را می‌توان به این صورت معنی کرد: «ای دانش‌آموزان تلاشگر مثل این‌که شما الگویی برای همه‌ی ما در صبر و استقامت هستید.» بنابراین، این جمله معنی و مفهوم منادا را به‌همراه دارد. (منصوبات)

۴۵- (سراسری زبان- ۹۳)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: کلمه‌ی «قبلَ» مفعول فیه «ظرف زمان» است.

گزینه‌ی «۲»: حرف «منْ» کلمه‌ی «تحت» را از ظرف بودن خارج کرده است و دیگر جار و مجرور محسوب می‌شود.

گزینه‌ی «۳»: کلمه‌ی «یوم» ظرف نیست، بلکه نقش مضاف‌الیه گرفته است و مجرور شده است.

گزینه‌ی «۴»: حرف «من» باعث شده است که کلمه‌ی «قبل» از ظرف بودن بیافتد و تبدیل به مجرور به حرف جرّ بشود. (منصوبات)

۴۶- (سراسری زبان- ۹۴)

«سرت» و «أخذت» هر دو فعل صحیح هستند.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «نَسیَ» فعل معتلّ ناقص است.

گزینه‌ی «۲»: «اِسعَ» (سَعَی) فعل معتل ناقص است.

گزینه‌ی «۴»: «زادَ» فعل معتل اجوف است. (معتلات)

۴۷- (سراسری زبان- ۹۴)

«صعباً» در این عبارت خبر «یکون» است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «جاهلاً» حال است.

گزینه‌ی «۲»: «عاقلاً» حال است.

گزینه‌ی «۳»: «هیّناً» حال است. (منصوبات)

۴۸- (سراسری زبان- ۹۴)

با توجه به کلمه‌ی «خیر» که اسم تفضیل است، «ثواباً» تمییز می‌باشد. در سایر گزینه‌ها پس از «خیر»، کلمه‌ای که بتواند تمییز واقع شود نیامده است. (منصوبات)

۴۹- (سراسری زبان- ۹۲)

در گزینه‌ی «۴»: مستثنی‌منه به کار رفته است و «لکلّ مرض» مستثنی‌منه است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «مَن»، مستثنی و مستثنی‌منه محذوف است.

گزینه‌ی «۲»: «مرحلة» مستثنی و مستثنی‌منه محذوف است.

گزینه‌ی «۳»: «قصّة» مستثنی و مستثنی‌منه محذوف است. (منصوبات)

۵۰- (سراسری زبان- ۹۴)

در این عبارت «الحدّ» مفعول‌به برای فعل متعدّی «بَلَغَت» است و تنها یک مفعول‌به در این عبارت به‌کار رفته است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۲»: ضمیر «ی» مفعول‌به اول و «معلوماتٍ» مفعول‌به دوم است.

گزینه‌ی «۳»: ضمیر «ی» مفعول‌به اول و «مُحبّةً» مفعول‌به دوم است، در ضمن «ها» مفعول‌به برای فعل «أُحِبُّ» می‌باشد.

گزینه‌ی «۴»: «ابنَ» مفعول‌به اول و «قمیصاً» مفعول‌به دوم است. (منصوبات)

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

دین و زندگی ۳

۵۱- (عباس سیدشبستری)

«تصرف در عالم طبیعت» به خاطر وجود ولایت معنوی حضرت رسول (ص) است و «ترتیب و تنظیم قرآن» مربوط به وظیفه‌ی دریافت و ابلاغ وحی ایشان است.

(دین و زندگی ۳، درس ۴، صفحه‌های ۵۲ و ۵۵)

۵۲- (محمدحسن فضلعلی)

مطابق با این آیه، مسلمانان نباید برای داوری به طاغوت مراجعه کنند و مراجعه‌ی به طاغوت برای داوری، با ایمان راستین و حقیقی به وحی خداوند منافات دارد. این مطلب مربوط به «پذیرش ولایت الهی و نپذیرفتن حاکمیت طاغوت» بوده که از دلایل نیازمندی جامعه‌ی اسلامی به ولایت و حکومت به شمار می‌آید.

(دین و زندگی ۳، درس ۴، صفحه‌های ۵۰، ۵۱، ۵۳ و ۵۴)

۵۳- (محمدحسن فضلعلی)

آیه‌ی ۱۵ سوره‌ی شوری دلالت بر ولایت ظاهری پیامبر (ص) دارد. در این آیه عبارت شریفه‌ی: «امرت لاعدل بینکم» بیانگر آن است که پیامبر اکرم (ص) آمده تا عدل را در جامعه اجرا کند و انجام این وظیفه بدون تشکیل حکومت اسلامی میسر نمی‌گردد. (اندیشه و تحقیق)

(دین و زندگی ۳، درس ۴، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴ و ۵۷)

۵۴- (وحیده کاغذی)

«آنان جانشینان من و امامان بعد از من هستند» را پیامبر (ص) به جابر بن عبدالله انصاری می‌فرمایند. پیامبر (ص) در ماجرای غدیر خم می‌فرماید: «ای مردم چه کسی به مؤمنان از خودشان سزاوارتر است»، و عبارت «من یار و یاور تو خواهم بود ای رسول خدا» را حضرت علی (ع) در ماجرای یوم‌الدار فرمودند.

(دین و زندگی ۳، درس ۵، صفحه‌های ۶۲، ۶۶ و ۶۹)

۵۵- (حامد دورانی)

پیامبر (ص) در واقعه‌ی تاریخی «حدیث غدیر» جانشینی حضرت علی (ع) را ۳ مرتبه به همگان اعلام کرد و بر طبق حدیث ثقلین تمسک به اهل بیت (س) برای هدایت مردم لازم است، اما تمسک به قرآن آن را کافی می‌کند.

(دین و زندگی ۳، درس ۵، صفحه‌های ۶۷، ۶۸ و ۷۰)

۵۶- (سیدامسان هندی)

در آیه‌ی ابلاغ خداوند به پیامبر اکرم (ص) وعده می‌دهد که او را حفظ خواهد کرد: «و الله یعصمک من النّاس» زیرا ابلاغ این پیام، منافع برخی را به خطر می‌انداخت و احتمال آن بود که به مخالفت برخیزند.

(دین و زندگی ۳، درس ۵، صفحه‌های ۶۰، ۶۹ و ۷۰)

۵۷- (حامد دورانی)

با دقت در آیه‌ی شریفه‌ی «لقد ارسلنا ...» دلیل ارسال رسل و نزول کتاب و میزان را برپایی عدل میان مردم می‌داند (لیقوم النّاس بالقسط)

(دین و زندگی ۳، درس‌های ۴ و ۶، صفحه‌های ۵۰ و ۸۰)

۵۸- (وحیده کاغذی)

عبارت «علی مع القرآن ...»، با حدیث ثقلین مطابقت دارد و منظور این است که چون حضرت علی (ع) معصوم هستند و قرآن نیز از هر نوع خطا و اشتباهی به دور است پس این دو (قرآن و امیرالمؤمنین) جدایی ناپذیرند.

(دین و زندگی ۳، درس‌های ۵ و ۶، صفحه‌های ۶۷، ۶۸ و ۷۸)

۵۹- (عباس سیدشبستری)

جابربن عبدالله انصاری می‌گوید: در کنار خانه‌ی کعبه بودیم که پیامبر این سخنان را در شأن علی (ع) فرمود و بعد از پایان سخنان ایشان این آیه بر پیامبر نازل شد: «آنان‌که ایمان آوردند و کارهای شایسته انجام دادند اینان بهترین مخلوقات‌اند.»

(دین و زندگی ۳، درس ۶، صفحه‌های ۷۶ و ۷۷)

۶۰- (حامد دورانی)

امام خمینی: «ای مسلمانان جهان که به حقیقت اسلام ایمان دارید، به پاخیزید و در زیر پرچم توحید و در سایه‌ی تعلیمات اسلام مجتمع شوید.» دفاع از مظلومان جهان از وظایف تمامی مسلمانان است زیرا پیامبر (ص) می‌فرمایند: هر کس فریاد دادخواهی مظلومی را که از مسلمانان یاری می‌طلبد، بشنود، اما به یاری آن مظلوم برنخیزد، مسلمان نیست.

(دین و زندگی ۳، درس ۶، صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

دین و زندگی ۳

۶۱- (سراسری زبان- ۹۲)

به سبب ویژگی‌های فطری مشترک خداوند یک برنامه‌ی کلی به انسان‌ها عنایت کرده تا آنان را به هدف مشترکی که در خلقتشان قرار داده است برساند. این برنامه اسلام نام دارد که به‌معنای تسلیم بودن در برابر خداست. و این مفاهیم از دقت در آیه‌ی شریفه‌ی «انّ الدّین عند الله الاسلام و ما اختلف الّذین اوتوا الکتاب ...» استنباط می‌گردد.

(دین و زندگی ۳، درس ۲، صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

۶۲- (سراسری زبان- ۹۲)

با بررسی ۵ آیه‌ی اول سوره‌ی علق، تأثیرناپذیری قرآن از عقاید دوران جاهلیت از ویژگی‌های اعجاز محتوایی قرآن‌کریم مفهوم می‌گردد. (اندیشه و تحقیق)

(دین و زندگی ۳، درس ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۷)

۶۳- (سراسری زبان- ۹۳)

عبارت شریفه: «لن تفعلوا» بیانگر جاودانگی اعجاز نبوّت پیامبراسلام(ص) است.

(دین و زندگی ۳، درس ۳، صفحه‌ی ۳۷)

۶۴- (سراسری زبان- ۹۳)

از نظر قرآن کریم زندگی آن دسته از انسان‌ها مورد قبول است که تقوا پیشه کرده باشند، با تفکّر و تعقّل زندگی نموده‌اند و در تصمیم‌گیری‌ها به آخرت توجه کرده باشند. که آیه‌ی ۱۰۹ سوره‌ی یوسف مؤید همین مفهوم است.

(دین و زندگی ۳، درس ۷، صفحه‌های ۸۵ و ۸۶)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

-۶۵ (سراسری زبان- ۹۵)

حاکمان بنی امیه و بنی عباس اغلب به اندیشه‌هایی میدان می‌دادند که به قدرت آنان کمک می‌کرد و مردم را مطیع آنان می‌گرداند. برخی از دنیادوستان برای نزدیکی به این حاکمان، احادیثی از قول پیامبر اکرم (ص) جعل می‌کردند و از حاکمان جایزه می‌گرفتند.

(دین و زندگی ۳، درس ۷، صفحه‌ی ۹۰)

-۶۶ (سراسری زبان- ۹۴)

در پاسخ به این سؤال که دوران غیبت چه زمانی پایان می‌یابد، بایست گفت تعیین زمان ظهور در اختیار خداست و کسی جز او از آن آگاهی ندارد؛ بنابراین کسانی که زمان ظهور را پیش‌گویی می‌کنند (تعیین کنندگان زمان ظهور) به فرموده‌ی امام باقر (ع) دروغ گویند.

(دین و زندگی ۳، درس ۹، صفحه‌ی ۱۱۴)

-۶۷ (سراسری زبان- ۹۵)

جامعه‌ی منتظر اگر در انتظار عدالت جهانی است، در حد توان آن را تمرین می‌کند و برای تحقّق آن پیش می‌رود به گونه‌ای که جوامع دیگر با مشاهده‌ی جامعه‌ی منتظر مشتاق آن جامعه و آرمان‌های آن می‌شوند.

(دین و زندگی ۳، درس ۱۰، صفحه‌ی ۱۲۲)

-۶۸ (سراسری زبان- ۹۴)

با تفکر در مفهوم عبارت شریفه‌ی «لا یاتیه الباطلُ من بین یدیه ولا من خلفه ...» مبنی بر این‌که: «باطل در این کتاب راه نیابد چه پیش از آن و چه بعد از آن ...» تحریف ناپذیری قرآن و جاودانه بودن آن برای هدایت بشر مفهوم می‌گردد.

(دین و زندگی ۳، درس ۱۱، صفحه‌ی ۱۳۳)

-۶۹ (سراسری زبان- ۹۳)

حضرت علی(ع) خطاب به مالک اشتر می‌فرمایند: کسانی را که اهل عیب‌جویی از دیگران‌اند، از خود دور کن، زیرا مردم عیب‌هایی دارند که مدیر و رهبر جامعه باید بیش‌تر از همه در پنهان کردن آن‌ها بکوشد. هم‌چنین می‌فرمایند: هرگز نیکوکار و بدکار در نظرت یکسان نباشد؛ زیرا در این‌صورت نیکوکاران به کار خیر بی‌رغبت و بدکاران به کار بد تشویق می‌شوند.»

(دین و زندگی ۳، درس ۱۲، صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۳۷)

-۷۰ (سراسری زبان- ۹۵)

با توجه به آیه‌ی شریفه‌ی «ربّنا اغفرلی و لوالدیّ و للمؤمنین یوم یقوم الحساب»، فرزند با ایمان، همواره به پدر و مادر خود محبت می‌ورزد و برای آن‌ها دعا می‌کند.

(دین و زندگی ۳، درس ۱۵، صفحه‌های ۱۸۵ و ۱۸۶)

زبان انگلیسی ۳

-۷۱ (میرحسین زاهدی)

ترجمه‌ی جمله: «دوستم قصد دارد که کارش را کنار بگذارد، چون او فکر می‌کند که ادامه‌ی کار در شرایط فعلی برایش دشوار است.»

مصدر با to + (اسم / ضمیر مفعولی + for) + صفت + It + to be

با توجه به این ساختار، گزینه‌ی «۲» صحیح است. *(گرامر)*

-۷۲ (رضا کیاسالار)

ترجمه‌ی جمله: «فکر می‌کنم تدریس برای مدّت طولانی، او را خیلی خسته کرده است.»

اسم مصدر می‌تواند مانند یک اسم در نقش فاعل جمله به‌کار رود. *(گرامر)*

-۷۳ (علی شکوهی)

ترجمه‌ی جمله: «موافقم که او سخت تلاش کرد، امّا این حقیقت باقی است که او کار را در زمان مقرر انجام نداده است.»

۱) پاداش ۲) ارزش

۳) هزینه ۴) حقیقت، واقعیت *(واژگان)*

-۷۴ (شهاب اناری)

ترجمه‌ی جمله: «نگهبان از ورود دختران جوان به داخل استادیوم، به دلیل این‌که اعضای باشگاه نبودند، ممانعت کرد.»

۱) اطاعت کردن ۲) اجازه دادن

۳) بازداشتن، ممانعت کردن ۴) آماده کردن *(واژگان)*

-۷۵ (بهرام دستگیری)

ترجمه‌ی جمله: «مطمئن نیستم که آیا جو هنگامی که گفت آن‌ها را قبلاً هرگز ندیده بود، کاملاً با من صادق بود (یا خیر).»

۱) دقیق ۲) پیوسته، مداوم

۳) صادق، درستکار ۴) اخیر، جدید *(واژگان)*

-۷۶ (عبدالرشید شفیعی)

ترجمه‌ی جمله: «با وجود این‌که شرکت در ابتدا پول در نیاورد، آن دو برادر سخت کار کردند و سرانجام آن تجارت را به موفقیت رساندند.»

۱) از نظر عاطفی ۲) از نظر ذهنی

۳) از نظر فیزیکی ۴) سرانجام *(واژگان)*

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

۷۷- (پوراد مؤمنی)

ترجمه‌ی جمله: «وقتی کوهنوردان مرد به قله‌ی کوه رسیدند آن‌ها خلبان را زنده یافتند.» (درک مطلب)

۷۸- (پوراد مؤمنی)

ترجمه‌ی جمله: «اگر خلبان هواپیما آتش درست نکرده بود، مردم نمی‌توانستند او را نجات دهند.» (درک مطلب)

۷۹- (پوراد مؤمنی)

ترجمه‌ی جمله: «به‌محض این‌که خورشید طلوع کرد و روز شروع شد، مردها از کوه بالا رفتند.» (درک مطلب)

۸۰- (پوراد مؤمنی)

ترجمه‌ی جمله: «واژه‌ی "anxious" که زیر آن خط کشیده شده از نظر معنایی به "worried" «نگران» نزدیک‌ترین است.» (درک مطلب)

زبان انگلیسی ۳

۸۱- (سراسری زبان- ۹۲)

ترجمه‌ی جمله: «هنگامی‌که دوستم در تعطیلات یک هفته‌ای است، من از فرزندان او مراقبت می‌کنم.»

۱) جست و جو کردن

۲) مراقبت کردن

۳) شبیه (کسی) بودن، به کسی رفتن

۴) مراقبت کردن (با حرف اضافه‌ی of) (گرامر)

۸۲- (سراسری زبان- ۹۲)

ترجمه‌ی جمله: «مدیر برنامه به دانش‌آموزان توصیه کرد از اتلاف وقت برای خواندن مطالبی که به هیچ‌وجه به‌روز نبودند، اجتناب کنند.»

بعد از فعل "advise" فعل دوم به‌صورت مصدر، بعد از "avoid" فعل دوم به‌صورت اسم مصدر «ing + فعل» و بعد از "waste" فعل دوم به‌صورت اسم مصدر «ing + فعل» به‌کار می‌رود. (گرامر)

۸۳- (سراسری زبان- ۹۲)

۱) نظر، عقیده ۲) سیاست

۳) رسایی صدا ۴) وضعیت، شرط (کلوز تست)

۸۴- (سراسری زبان- ۹۲)

۱) اصطلاح ۲) جزئیات

۳) درجه، مدرک ۴) معدل، میانگین (کلوز تست)

۸۵- (سراسری زبان- ۹۲)

۱) انعطاف‌پذیر ۲) موجود، فراهم، در دسترس

۳) منطقی ۴) مسئول (کلوز تست)

۸۶- (سراسری زبان- ۹۲)

۱) به شدت، تا حد زیادی ۲) به‌طور خلاصه

۳) مطمئناً ۴) ناگهان (کلوز تست)

۸۷- (سراسری زبان- ۹۲)

ترجمه‌ی جمله: «طبق متن، نوشتن ارائه‌ای از اصواتی است که ما در زمان صحبت کردن، تولید می‌کنیم.» (درک مطلب)

۸۸- (سراسری زبان- ۹۲)

ترجمه‌ی جمله: «از متن می‌توانیم متوجه شویم که بشر از زبان شفاهی برای انتقال معنی استفاده می‌کرد.» (درک مطلب)

۸۹- (سراسری زبان- ۹۲)

ترجمه‌ی جمله: «طبق پاراگراف دوم، یک کارشناس شخصی است که در انجام کاری، کارآمد است.» (درک مطلب)

۹۰- (سراسری زبان- ۹۲)

ترجمه‌ی جمله: «نویسنده اعتقاد دارد که اگر ما از تکنیک‌های صحبت کردن در صحبت‌های روزمره‌ی خود استفاده کنیم، یک مکالمه‌ی جالب‌تر خواهیم داشت.» (درک مطلب)

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

۹۱- (مهدی ملارمضانی)

ماشین مورد نظر ترکیب دو تابع $y = 4x + 1$ و $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ است، با توجه به صورت سؤال، خروجی حاصل از تابع $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ برابر $\frac{4}{5}$ است، بنابراین:

$$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{4}{5} \xrightarrow{x>0} 5x = 4\sqrt{1+x^2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 25x^2 = 16 + 16x^2$$

$$\Rightarrow 9x^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} & \text{ق ق} \\ x = -\frac{4}{3} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

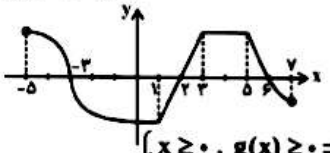
مقدار $\frac{4}{3}$، خروجی تابع $y = 4x + 1$ است، بنابراین:

$$y = 4x + 1 = \frac{4}{3} \Rightarrow 4x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

(حسابان - تابع، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۹۲- (علی‌اصغر شریفی)

با توجه به رادیکال موجود در عبارت $y = \sqrt{xg(x)}$، دامنه به شکل زیر به‌دست می‌آید:



$$xg(x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \,,\, g(x) \geq 0 \Rightarrow 2 \leq x \leq 6 \\ x \leq 0 \,,\, g(x) \leq 0 \Rightarrow -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

بنابراین دامنهٔ تابع داده شده برابر با $D = [-3,0] \cup [2,6]$ خواهد بود.

(حسابان - تابع، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۹۳- (مهدی ملارمضانی)

$$-2 \leq x \leq 4 \Rightarrow -8 \leq 4x \leq 16 \Rightarrow -6 \leq 4x + 2 \leq 18 \Rightarrow D_{f(x)} = [-6,18]$$

$$-6 \leq \frac{x}{3} \leq 18 \Rightarrow -18 \leq x \leq 54 \Rightarrow D_{f(\frac{x}{3})} = [-18,54]$$

$$\Rightarrow D_{-f(\frac{x}{3})+1} = [-18,54]$$

(حسابان - تابع، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷ و ۵۴ تا ۶۴)

۹۴- (علی‌اصغر شریفی)

می‌دانیم: $f^{-1}og^{-1} = (gof)^{-1}$

بنابراین برای محاسبهٔ $f^{-1}og^{-1}$ ابتدا gof را تشکیل داده و سپس $(gof)^{-1}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$gof = \{(2,2),(3,3),(6,6)\} \Rightarrow (gof)^{-1} = \{(2,2),(3,3),(6,6)\}$$

(حسابان - تابع، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶ و ۸۶ تا ۸۹)

۹۵- (امیرهوشنگ ضمسه)

کافی است تابع معکوس را یافته و دامنهٔ f^{-1} را به‌دست آوریم.

$$y = \frac{4x+5}{2x+1} \Rightarrow 2xy + y = 4x + 5 \Rightarrow y - 5 = x(4 - 2y)$$

$$\Rightarrow x = \frac{y-5}{4-2y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-5}{4-2x} \xrightarrow{\text{ریشهٔ مخرج}} D_{f^{-1}} = R - \{2\}$$

نکته: با دانستن این نکته که برد تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ به‌صورت $R_f = D_{f^{-1}} = R - \{\frac{a}{c}\}$ است، این تست به سرعت قابل حل بود.

(حسابان - تابع، صفحه‌های ۸۵ تا ۹۵)

۹۶- (علی شهرابی)

قرینهٔ $f(x)$ نسبت به محور xها $-f(x)$ و قرینهٔ آن نسبت به محور yها $f(-x)$ است. این دو بر هم منطبق‌اند، پس:

$$-f(x) = f(-x)$$

در نتیجه:

$$f(x) + f(-x) = 0$$

$$\Rightarrow \log_2(\sqrt{ax^2+1} - 2x) + \log_2(\sqrt{ax^2+1} + 2x) = 0$$

$$\Rightarrow \log_2(ax^2 + 1 - 4x^2) = 0 \Rightarrow ax^2 + 1 - 4x^2 = 1 \Rightarrow a = 4$$

برای محاسبهٔ $f^{-1}(1)$ کافیست معادلهٔ $f(x) = 1$ را حل کنیم:

$$\log_2(\sqrt{4x^2+1} - 2x) = 1 \Rightarrow \sqrt{4x^2+1} - 2x = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{4x^2+1} = 2x + 2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x^2 + 1 = 4x^2 + 8x + 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3}{8}$$

(حسابان - تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴ و ۸۵ تا ۹۵)

۹۷- (امیرهوشنگ ضمسه)

f تابعی ثابت است با دامنهٔ R، بنابراین دامنهٔ $f+g$ همان دامنهٔ g است.

$$f + g = \{(0,3),(1,4),(2,5)\}$$

حال باید $x \in D_h$ باشد و R_h در دامنهٔ $f+g$ موجود باشد تا $(f+g)oh$ تشکیل شود، پس:

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 3 = 0 \Rightarrow & \text{ریشه ندارد.} \\ x^2 - 2x + 3 = 1 \Rightarrow & \text{ریشه ندارد} \\ x^2 - 2x + 3 = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (f+g)oh = \{(1,5)\} \end{cases}$$

(حسابان - تابع، صفحه‌های ۶۴ تا ۷۶)

۹۸- (محمدمصطفی ابراهیمی)

$$g(x) = 1 - |2(x+2)| - 1 = -|2x+4|$$

برای پیدا کردن نقاط برخورد توابع f و g، آنها را مساوی یکدیگر قرار می‌دهیم:

$$1 - |2x| = -|2x+4|$$

$$x \geq 0 : 1 - 2x = -(2x+4) \Rightarrow 1 - 2x = -2x - 4 \Rightarrow 1 = -4 \quad \text{غ ق ق}$$

$$-2 \leq x < 0 : 1 - (-2x) = -(2x+4) \Rightarrow 1 + 2x = -2x - 4$$

$$\Rightarrow 4x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{4} \quad \text{ق ق}$$

$$x < -2 : 1 - (-2x) = 2x + 4 \Rightarrow 1 + 2x = 2x + 4 \Rightarrow 1 = 4 \quad \text{غ ق ق}$$

طول نقطهٔ برخورد $x = -\frac{5}{4}$ است. فاصلهٔ نقطهٔ برخورد از محور xها در واقع همان قدرمطلق عرض آن نقطه است.

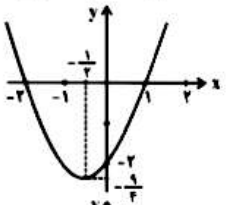
$$f(-\frac{5}{4}) = 1 - |2(-\frac{5}{4})| = 1 - |\frac{-5}{2}| = -\frac{3}{2}$$

بنابراین فاصلهٔ نقطهٔ برخورد از محور xها برابر $\frac{3}{2}$ است.

(حسابان - تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

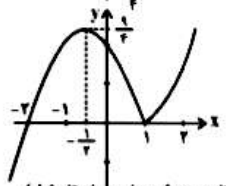
۹۹- (محمدمصطفی ابراهیمی)

$$f(x) = (x+2)|x-1| = \begin{cases} (x+2)(x-1) & ;x \geq 1 \\ -(x+2)(x-1) & ;x < 1 \end{cases}$$



نمودار تابع $g(x) = (x+2)(x-1)$ به شکل روبه‌رو است:

توجه کنید که رأس سهمی در نقطهٔ $(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{4})$ قرار دارد. حال اگر بخواهیم نمودار تابع $f(x)$ را بکشیم، برای $x \geq 1$ باید $g(x)$ را رسم کرده و برای $x < 1$ تابع $-g(x)$ را رسم کنیم، بنابراین تابع f به‌صورت زیر خواهد شد:



با توجه به شکل، نمودار تابع در بازهٔ $[-\frac{1}{2}, 1]$ نزولی است.

(حسابان - تابع، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱۰۰- (علی شهرابی)

f تابعی فرد است، پس:

$$f(-x) = -f(x)$$

از طرفی می‌دانیم $[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ;x \in Z \\ -1 & ;x \notin Z \end{cases}$، بنابراین اگر $x \notin Q$ باشد آن‌گاه $[x] + [-x] = -1$ است در نتیجه:

$$[f(x)] + [-f(x)] = k + 1 \xrightarrow{f(x) \notin Q} -1 = k + 1 \Rightarrow k = -2$$

(حسابان - تابع، صفحه‌های ۷۶ و ۷۹ و ۹۹ تا ۱۰۲)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

دیفرانسیل

۱۰۱- (مهدی ملارمضانی)

با ضرب $x^۴$ (که مقداری مثبت است) در دو طرف نامعادله داریم:

$$x^۴(x) < x^۴(\frac{۱}{x}) \Rightarrow x^۵ < x^۳$$

نامعادلهٔ فوق همواره درست است. حال به بررسی بقیه گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه‌های «۱» و «۴»: $x = -۴ \Rightarrow -۴ < -\frac{۱}{۴}$

اما $(-۴)^۲ = ۱۶$ کوچکتر از یک و (-۴) نیست.

گزینهٔ «۲»: $x = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{۱}{۴} < ۴$

اما $\frac{۱}{۴}$ کوچکتر از صفر نیست.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱۰۲- (امیرهوشنگ ذمسه)

$$۲/\overline{ab} = ۲ + ۰/\overline{ab} = \frac{۱۳}{۶} \Rightarrow ۰/\overline{ab} = \frac{۱}{۶}$$

با تقسیم ۱ بر ۶ مقدار $۰/۱۶۶۶...$ به‌دست می‌آید، در نتیجه:

$$\Rightarrow ۰/\overline{ab} = ۰/\overline{۱۶} \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ b = ۶ \end{cases} \Rightarrow a + b = ۷$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۷ و ۸)

۱۰۳- (علی شهرابی)

بازهٔ متقارن به مرکز $۲x$ و شعاع $۳x$ بازه‌ای به‌صورت زیر است:

$$(۲x - ۳x\ ,\ ۲x + ۳x) = (-x, ۵x)$$

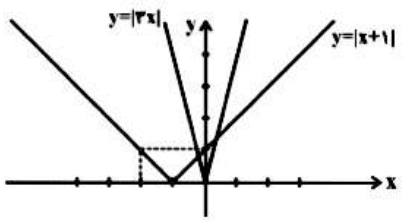
پس باید نسبت نقطهٔ انتهایی بازه به نقطهٔ ابتدایی آن -۵ باشد. این شرط فقط در گزینهٔ «۳» وجود دارد:

$$\frac{\sqrt{۵۰}}{-\sqrt{۲}} = \frac{۵\sqrt{۲}}{-\sqrt{۲}} = -۵$$

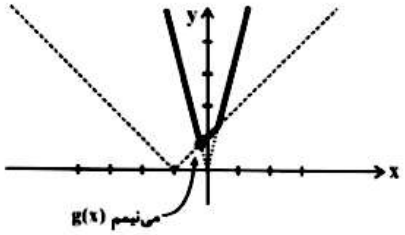
(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱۰۴- (علی‌اصغر شریفی)

ابتدا تابع $g(x)$ را رسم می‌کنیم. برای رسم تابع $g(x)$، نمودارهای $|۳x|$ و $|x+۱|$ را رسم کرده و پس از آن، ماکزیمم آن‌ها را مشخص می‌نماییم:



در نتیجه تابع $g(x)$ به شکل زیر می‌باشد:



با توجه به نمودار، مینیمم در ریشهٔ کوچکتر معادلهٔ $|۳x| = |x+۱|$ اتفاق می‌افتد:

$$|۳x| = |x+۱| \Rightarrow \begin{cases} ۳x = x+۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \\ ۳x = -x-۱ \Rightarrow x = \frac{-۱}{۴} \quad ✓ \end{cases}$$

حال باید عرض نقطه‌ای به طول $x = -\frac{۱}{۴}$ را حساب کنیم:

$$x = -\frac{۱}{۴} \Rightarrow y = \underbrace{|-\frac{۳}{۴}|}_{|۳x|} = \underbrace{|-\frac{۱}{۴}+۱|}_{|x+۱|} = \frac{۳}{۴}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱۰۵- (محمدرضا توبه)

$|\tan y|$، (که در آن $y \neq \frac{k\pi}{۲}$ و $k \in Z$) نمایندهٔ همهٔ اعداد حقیقی مثبت است.

یعنی عدد نامنفی $|۳\sin x - ۴\cos x|$ از همهٔ اعداد حقیقی مثبت کوچکتر است،

بنابراین $|۳\sin x - ۴\cos x| = ۰$.

درنتیجه:

$$۳\sin x - ۴\cos x = ۰ \Rightarrow ۳\sin x = ۴\cos x$$

$$\Rightarrow \tan x = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \sin x = \pm\frac{۴}{۵}\ ,\ \cos x = \pm\frac{۳}{۵}$$

چون $\tan x$ مثبت است، پس $\sin x$ و $\cos x$ هم‌علامت بوده‌اند. در نتیجه:

$$\sin ۲x = ۲\sin x \cos x = \frac{۲۴}{۲۵}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ مشابه تمرین ۹، صفحهٔ ۱۷)

۱۰۶- (علی‌اصغر تنها)

گزینهٔ «۱»: $\alpha = \sqrt{۲۰} - ۳ \Rightarrow (\sqrt{۲۰} - ۳ + ۳)^۲ = ۲۰$

گزینهٔ «۳»: $\alpha = \sqrt{۲} \Rightarrow [-\sqrt{۲}] + [\sqrt{۲}] = -۱$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

توجه: حاصل گزینهٔ «۳» همواره برابر ۱- است.

گزینهٔ «۴»:

$$\alpha = \sqrt{2} \Rightarrow [\sqrt{2}](2+1) = 3$$

گزینهٔ «۲»: فرض کنیم گزینهٔ «۲»، عدد گویایی مثل p باشد:

$$\frac{\alpha+1}{2\alpha-1} = p \Rightarrow \alpha = \frac{p+1}{2p-1}$$

$$p \text{ گویا} \Rightarrow \frac{p+1}{2p-1} \text{ گویا} \Rightarrow \alpha \text{ گویا}$$

از طرفی طبق فرض α گنگ است که به تناقض رسیدیم، بنابراین p الزاماً گنگ است.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۶، ۸ و ۱۱)

۱۰۷- (علی‌اصغر شریفی)

برای حل مسئله باید دو نامعادلهٔ روبه‌رو را حل کنیم:

$$\begin{cases} \frac{3n-1}{4n+2} < \frac{3}{4} \Rightarrow 12n-4 < 12n+6 \Rightarrow -4 < 6 \\ 0/6 < \frac{3n-1}{4n+2} \Rightarrow 12n+6 < 15n-5 \Rightarrow 3n > 11 \Rightarrow n > \frac{11}{3} \end{cases}$$

با توجه به دو معادلهٔ بالا به ازای $n_0 = 4$ جملات دنباله، در بازهٔ مورد نظر قرار می‌گیرند.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۱۰۸- (محمدمصطفی ابراهیمی)

گزینهٔ «۱» نزولی و بیکران است.

گزینهٔ «۳» صعودی است. نزولی نبودن این دنباله را با تشکیل دو جملهٔ ابتدای آن می‌توانید تشخیص دهید.

$$a_1 = 2 \ , \ a_2 = (1+\frac{1}{2})^2 = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$$

گزینهٔ «۴» نیز صعودی است. اینکه دنباله نزولی نیست را دوباره با تشکیل دو جملهٔ اول آن می‌توانیم متوجه شویم:

$$a_1 = \frac{1}{2} \ , \ a_2 = \frac{2}{3}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۱۰۹- (محمدرضا توبه)

فرض کنید $b_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \frac{1}{n+1}$ باشد در این‌صورت برای $n \geq 2$، $b_{n-1} = a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} = \frac{1}{n}$ خواهد بود. برای پیدا کردن a_n باید تفاضل دو دنبالهٔ b_n و b_{n-1} را به‌دست آوریم:

$$b_n - b_{n-1} = (a_1 + \ldots + a_{n-1} + a_n) - (a_1 + \ldots + a_{n-1}) = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(n+1)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} \quad (n \geq 2)$$

پس دنبالهٔ a_n به‌ازای $n \geq 2$ یک دنبالهٔ صعودی است. اما چون $b_1 = a_1 = \frac{1}{2}$ و $a_2 = \frac{-1}{6}$ می‌باشد، دنباله در حالت کلی غیریکنوا می‌باشد.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۱۱۰- (محمدمصطفی ابراهیمی)

جملات دنباله را محاسبه می‌کنیم:

$$a_1 = \left[\frac{21}{6}\right]\cos\pi = -3$$

$$a_2 = \left[\frac{21}{8}\right]\cos(2\pi) = 2$$

$$a_3 = \left[\frac{21}{10}\right]\cos(3\pi) = -2$$

$$a_4 = \left[\frac{21}{12}\right]\cos(4\pi) = 1$$

$$a_5 = \left[\frac{21}{14}\right]\cos(5\pi) = -1$$

$$a_6 = \left[\frac{21}{16}\right]\cos(6\pi) = 1$$

$$a_7 = \left[\frac{21}{18}\right]\cos(7\pi) = -1$$

$$a_8 = \left[\frac{21}{20}\right]\cos(8\pi) = 1$$

جملات نهم و بعد از آن همگی صفر هستند، چون مقدار $\frac{21}{2n+4}$ کمتر از یک و حاصل جزء صحیح آن صفر است. پس مجموع جملات دنباله برابر است با:

$$-3+2-2+1-1+1-1+1 = -2$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir

ریاضی ۲

-۱۱۱ (امیرهوشنگ ضمسه)

ابتدا دامنه توابع را به‌دست می‌آوریم.

$$D_f : (|x|+1)|x| \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} |x|+1 \neq 0 \\ |x| \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow D_f = R - \{0\}$$

$$D_g = \sqrt{x^2} = 0 \Rightarrow |x| = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow D_g = R - \{0\}$$

مشاهده می‌شود که دامنه‌ها برابرند.

دقت کنید دامنهٔ توابع شامل اعداد منفی است ولی هر دو تابع همواره مثبت‌اند، پس برد نمی‌تواند شامل دامنه باشد یعنی گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ غلط‌اند.

(ریاضی ۲ - تابع؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

-۱۱۲ (امیرهوشنگ ضمسه)

تابع f خطی است یعنی $f(x) = ax + b$ می‌باشد.

$$4f(2x) = f(8x-1) - 5 \Rightarrow 4(a(2x)+b) = a(8x-1) + b - 5$$

$$8ax + 4b = 8ax - a + b - 5 \Rightarrow a + 3b = -5 \quad (1)$$

$$f^{-1}(3) = 5 \Rightarrow f(5) = 3 \Rightarrow 5a + b = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a = 1 \ , \ b = -2$$

با توجه به حکم مسئله، نقطهٔ $A\Big|_{m}^{2}$ روی f است.

$$f(x) = x - 2 \Rightarrow f(2) = 2 - 2 = 0 = m$$

(ریاضی ۲ - تابع؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

-۱۱۳ (امیرهوشنگ ضمسه)

چون علامت در طرفین b عوض نشده است پس b ریشهٔ مضاعف تابع است. یعنی $\Delta = 0$ بوده و $x = b$ ریشه معادله است.

$$\Delta = (a+1)^2 - 4(1)(b) \quad (1)$$

$$b \in \text{معادله} \Rightarrow b^2 + (a+1)b + b = 0 \Rightarrow b(b + (a+1) + 1) = 0$$

$$\xrightarrow{b \neq 0} b = -a - 2$$

مقدار b را در معادلهٔ (۱) می‌گذاریم:

$$(a+1)^2 - 4(-a-2) = 0 \Rightarrow a^2 + 6a + 9 = 0 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = 1$$

در نتیجه خواهیم داشت: $b - a = 1 - (-3) = 4$

(ریاضی ۲ - توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

-۱۱۴ (علی‌اصغر شریفی)

برای حل مسئله کافی است نامعادلهٔ روبه‌رو را حل کنیم:

$$7 - |x| > \frac{5-x}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow 7 - x > \frac{5-x}{2} \Rightarrow 7 - \frac{5}{2} > \frac{x}{2} \Rightarrow x < 9 \\ x < 0 \Rightarrow 7 + x > \frac{5-x}{2} \Rightarrow \frac{3x}{2} > -4/5 \Rightarrow x > -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک با بازه مورد نظر}} 0 \leq x < 9 \quad (I) \\ \xrightarrow{\text{اشتراک با بازه مورد نظر}} -3 < x < 0 \quad (II) \end{cases} \Rightarrow -3 < x < 9$$

بنابراین بازهٔ مورد نظر $(-3, 9)$ خواهد بود. در نتیجه:

$$b - a = 9 - (-3) = 12$$

(ریاضی ۲ - توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت؛ صفحه‌های ۵۹ و ۶۰ و ۷۳ تا ۷۸)

-۱۱۵ (محمدمصطفی ابراهیمی)

از نمودار داده شده مشخص است که $0 \leq f(x) \leq 4$ است. می‌توانیم به کمک آن حدود تغییرات تابع $g(x)$ (یعنی برد آن) را به‌دست آوریم:

$$0 \leq f(x) \leq 4 \Rightarrow 1 \leq f(x)+1 \leq 5 \Rightarrow \frac{1}{5} \leq \frac{1}{f(x)+1} \leq 1$$

$$\xrightarrow{\times 4} \frac{4}{5} \leq \frac{4}{f(x)+1} \leq 4 \Rightarrow \frac{4}{5} \leq g(x) \leq 4 \Rightarrow R_g = [\frac{4}{5}, 4]$$

برد تابع g شامل اعداد صحیح ۱، ۲، ۳ و ۴ است.

(ریاضی ۲ - تابع؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

-۱۱۶ (علی شهرابی)

ابتدا ضابطه $f(x)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$f(x - \frac{1}{x}) = x^2 + \frac{1}{x^2} = (x - \frac{1}{x})^2 + 2$$

$$\xrightarrow{x - \frac{1}{x} = t} f(t) = t^2 + 2 \Rightarrow f(\frac{1}{x}) = (\frac{1}{x})^2 + 2 = \frac{1}{x^2} + 2$$

حالا معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{1}{x^2} + 2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲ - تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۴)

-۱۱۷ (علی شهرابی)

با توجه به بازهٔ مجموعهٔ جواب نامعادله، عبارت $(x+1)(2x^2 + ax + b)$ حتماً ریشهٔ $x = 4$ را دارد. از طرفی $x = -1$ هم ریشهٔ این عبارت است. برای آن‌که $x = -1$ در بازهٔ جواب نامعادله نقشی نداشته باشد باید $x = -1$ بازهم ریشهٔ این عبارت باشد. پس این عبارت به شکل زیر است:

$$(x+1)\boxed{(2x^2 + ax + b)} = (x+1)\boxed{2(x+1)(x-4)}$$

پس داریم: $2x^2 + ax + b = 2x^2 - 6x - 8$

و در نتیجه $a = -6$ و $b = -8$ و بنابراین: $a + b = -14$

(ریاضی ۲ - توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

-۱۱۸ (محمدامین نباتچه)

باید $f(x) \leq 1 + \frac{x}{2}$ باشد.

$$3x^2 + x \leq 1 + \frac{x}{2} \xrightarrow{\times 2} 6x^2 + 2x \leq 2 + x$$

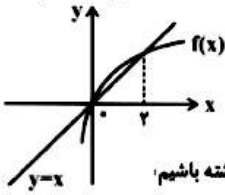
$$\Rightarrow 6x^2 + x - 2 \leq 0 \Rightarrow (3x+2)(2x-1) \leq 0$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{1}{2}$$

$$b - a = \frac{1}{2} - (-\frac{2}{3}) = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$$

(ریاضی ۲ - توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

-۱۱۹ (محمدمصطفی ابراهیمی)

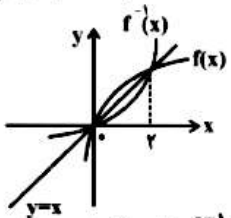


دامنهٔ تابع $y = \sqrt{f(x) - x}$ برابر با بازهٔ $[0,2]$ است. یعنی فقط در این بازه نمودار تابع $f(x)$ بالای خط $y = x$ قرار دارد. (شکل را ببینید)

$$f(x) - x \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq x \ : \ x \in [0,2]$$

حال به دنبال دامنهٔ $y = \sqrt{x - f^{-1}(x)}$ هستیم. باید داشته باشیم:

$$x - f^{-1}(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq f^{-1}(x)$$



یعنی باید ببینیم در چه x هایی نمودار $y = x$ بالای $f^{-1}(x)$ قرار دارد. می‌دانیم نمودار f^{-1}، قرینهٔ نمودار f نسبت به خط $y = x$ است. بنابراین با توجه به شکل دقیقاً در بازهٔ $[0,2]$ نمودار $y = x$ بالای نمودار $f^{-1}(x)$ قرار می‌گیرد.

(ریاضی ۲ - تابع؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶ و ۴۱ تا ۴۶)

-۱۲۰ (محمدمصطفی ابراهیمی)

$$(x + \frac{1}{y})(y + \frac{1}{x}) = xy + \frac{1}{xy} + 1 + 1 = xy + \frac{1}{xy} + 2$$

چون $x, y > 0$ هستند پس $xy + \frac{1}{xy} \geq 2$ می‌باشد، پس:

$$xy + \frac{1}{xy} \geq 2 \xrightarrow{+2} xy + \frac{1}{xy} + 2 \geq 4$$

بنابراین کمترین مقدار این عبارت برابر ۴ است.

(ریاضی ۲ - توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت؛ مشابه تمرین ۳، صفحهٔ ۸۳)

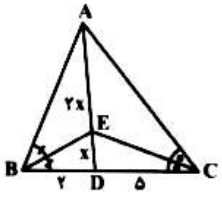
www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

هندسه ۲

-۱۲۱ (رضا عباسی‌اصل)

نیمسازهای داخلی هر مثلث همرسند بنابراین نیمساز زاویهٔ $\hat{A}$ نیز از E می‌گذرد، پس AD نیمساز زاویهٔ $\hat{A}$ است. حال داریم:



BE نیمساز $\Rightarrow \frac{AB}{BD}=\frac{AE}{ED}\Rightarrow \frac{AB}{۲}=۲$

$\Rightarrow AB=۴$

AD نیمساز $\Rightarrow \frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}\Rightarrow \frac{۴}{AC}=\frac{۲}{۵}$

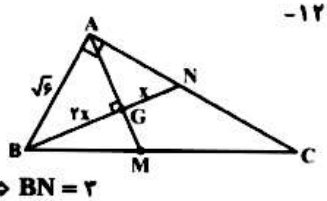
$\Rightarrow AC=۱۰$

(ABC) محیط $= AB+AC+BC=۴+۱۰+۷=۲۱$

(هندسه ۲ - استدلال، صفحهٔ ۳۵)

-۱۲۲ (سیدامیر ستوده)

$\overset{\Delta}{ABG}\sim\overset{\Delta}{NBA}$

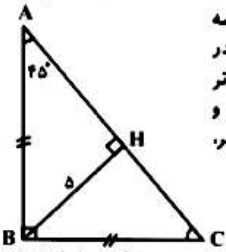


$\Rightarrow \frac{AB}{NB}=\frac{BG}{BA}\Rightarrow \frac{\sqrt{۶}}{۳x}=\frac{۲x}{\sqrt{۶}}$

$\Rightarrow ۶x^۲=۶\Rightarrow x^۲=۱\Rightarrow x=۱\Rightarrow BN=۳$

(هندسه ۲ - استدلال، صفحهٔ ۳۶)

-۱۲۳ (رضا عباسی‌اصل)



نقطهٔ همرسی ارتفاع‌های مثلث قائم‌الزاویه روی رأس قائمه است. پس ارتفاع وارد بر وتر، برابر ۵ است. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین، میانه و ارتفاع وارد بر وتر بر هم منطبق هستند. پس طول میانهٔ وارد بر وتر برابر ۵ و در نتیجه طول وتر برابر ۱۰ است. (میانهٔ وارد بر وتر، نصف وتر است.)

$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}BH\times AC=\frac{۱}{۲}\times ۵\times ۱۰=۲۵$

(هندسه ۲ - استدلال، صفحهٔ ۳۶)

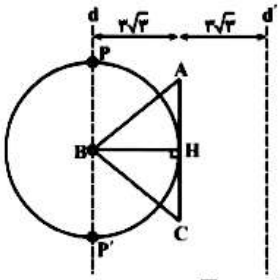
-۱۲۴ (مجید محمدی‌نویسی)

مکان هندسی نقطه‌هایی در فضا که از دو صفحهٔ موازی به یک فاصله باشند یک صفحهٔ موازی بین آنهاست (دقیقاً در وسط). همچنین می‌دانیم مکان هندسی نقطه‌هایی در فضا که از نقطهٔ ثابت P به فاصلهٔ d باشند، یک کره به مرکز P و شعاع d است. محل برخورد این دو مکان (در صورت برخورد)، یک دایره است روی صفحهٔ میانی دو صفحهٔ R و M. پس مکان مورد نظر می‌تواند یک دایره باشد.

(هندسه ۲ - استدلال؛ مشابه مسألهٔ ۵، صفحهٔ ۳۷)

-۱۲۵ (رضا عباسی‌اصل)

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از B به فاصله $۳\sqrt{۳}$ باشد دایره‌ای است به مرکز B و شعاع $۳\sqrt{۳}$.



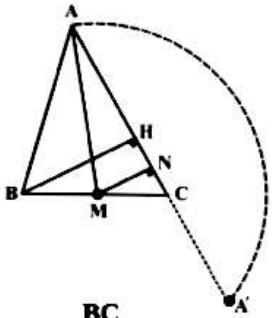
مکان هندسی نقاطی که از AC به فاصلهٔ $۳\sqrt{۳}$ باشند دو خط موازی با AC در طرفین آن و به فاصلهٔ $۳\sqrt{۳}$ از آن می‌باشند. فصل مشترک دایره با این دو خط موازی (d',d)، مکان مورد نظر است. داریم:

$\Delta ABH: BH=\frac{a\sqrt{۳}}{۲}=\frac{۶\sqrt{۳}}{۲}=۳\sqrt{۳}$

پس دایره به مرکز B و شعاع $۳\sqrt{۳}$ بر AC مماس است و مکان مورد نظر دو نقطهٔ P و P' به فاصلهٔ $2R$ یعنی $۶\sqrt{۳}$ خواهند بود.

(هندسه ۲ - استدلال، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۷)

-۱۲۶ (محمدابراهیم کیتی‌زاده)



فرض کنیم ABC مثلثی باشد که در آن ضلع $BC=۶$، میانهٔ $AM=۶$ و ارتفاع $BH=۵$ هستند پارهخط MN را موازی ارتفاع BH رسم می‌کنیم.

در مثلث BCH پارهخط MN وسطهای دو ضلع را بهم وصل کرده، بنابراین مساوی نصف ضلع سوم است. $MN=\frac{BH}{۲}=۲/۵$.

مثلث MCN با معلومات $\hat{N}=۹۰^\circ$، $MN=۲/۵$، $MC=\frac{BC}{۲}=۳$

به آسانی قابل ترسیم است. پس از ترسیم این مثلث، ضلع CM را به اندازهٔ خود امتداد می‌دهیم تا رأس B به‌دست آید. ضلع CN را از دو طرف امتداد می‌دهیم تا دایره به مرکز M و به شعاع ۶ را در دو نقطهٔ A و A' قطع کند. بنابراین دو مثلث ABC و $A'BC$ حاصل می‌شود.

(هندسه ۲ - استدلال، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۳)

-۱۲۷ (محمدطاهر شعاعی)



دو ضلع مثلث AOB برابر شعاع‌های دایره هستند. پس محیط آن وقتی کم‌ترین است که ضلع سوم آن یعنی AB می‌نیمم باشد و این موقعی امکان‌پذیر است که AB در نقطهٔ M بر قطر گذرنده از M عمود باشد. داریم:

$AM^۲+OM^۲=OA^۲$

$\Rightarrow AM^۲+(۲\sqrt{۲})^۲=۳^۲$

$\Rightarrow AM^۲=۹-۸=۱\Rightarrow AM=۱\Rightarrow AB=۲AM=۲$

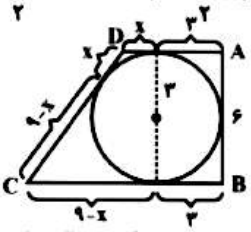
پس کم‌ترین محیط مثلث AOB برابر $۸=۲+۳+۳$ است.

(هندسه ۲ - دایره، صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

-۱۲۸ (سیدامیر ستوده)

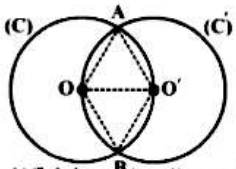
با توجه به شکل داریم:

$S_{ABCD}=\frac{(۳+x)+(۹-x+۳)}{۲}\times ۶=\frac{۱۵}{۲}\times ۶=۴۵$



(هندسه ۲ - دایره، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

-۱۲۹ (رضا پورحسینی)

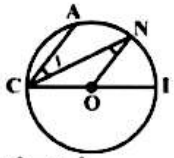


واضح است که OO' و همچنین OA و $O'A$ شعاع‌های دو دایره هستند که البته با هم برابرند. پس مثلث AOO' متساوی‌الاضلاع بوده و در نتیجه چهارضلعی $AOBO'$ لوزی است که زاویه ۶۰° و ۱۲۰° دارد.

(هندسه ۲ - دایره، صفحهٔ ۵۳)

-۱۳۰ (شروین سیاح‌نیا)

می‌دانیم اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی برابر با نصف اندازهٔ کمان مقابلش است، بنابراین داریم:



$\hat{ACO}=\frac{\overset{\frown}{AI}}{۲}\Rightarrow \overset{\frown}{AI}=۱۴۰^\circ$

$\left.\begin{matrix}ON\parallel CA\\ CI \text{ مورب}\end{matrix}\right\}\Rightarrow A\hat{C}O=N\hat{O}I=۷۰^\circ$

$\xrightarrow{N\hat{O}I=\overset{\frown}{NI}}\overset{\frown}{NI}=۷۰^\circ\Rightarrow\overset{\frown}{AN}=۱۴۰^\circ-۷۰^\circ=۷۰^\circ$

$\left.\begin{matrix}ON\parallel CA\\ CN \text{ مورب}\end{matrix}\right\}\Rightarrow \hat{C}_۱=\hat{N}\xrightarrow{\hat{C}_۱=\frac{\overset{\frown}{AN}}{۲}=۳۵}\hat{N}=۳۵$

(هندسه ۲ - دایره، مشابه مسألهٔ ۳، صفحهٔ ۵۵)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

جبر و احتمال

-۱۳۱ (سروش موئینی)

واضح است که $\{\{۱\}\} = \{A\}$. عضو مجموعهٔ B نیست، پس گزارهٔ $\{A\} \in B$ نادرست است.

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: مشابه مثال ۵، صفحهٔ ۳۸)

-۱۳۲ (کاظم باقرزاده‌چهره)

از آن‌جا که $۲ \neq ۴$، پس تنها حالت ممکن آن است که:

$$\begin{cases} x+۱=۴ \\ x-y=۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=۳ \\ y=۱ \end{cases} \Rightarrow x+y=۴$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحهٔ ۳۵)

-۱۳۳ (امیرحسین ابومحبوب)

$$x^۳ - x = ۰ \Rightarrow x(x^۲-۱)=۰ \Rightarrow x(x-۱)(x+۱)=۰$$

$$\Rightarrow x = ۰,۱,-۱ \Rightarrow A = \{۰,۱,-۱\}$$

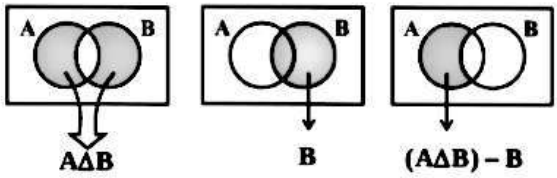
$$x^۳ - ۳x^۲ + ۲x = ۰ \Rightarrow x(x^۲-۳x+۲)=۰ \Rightarrow x(x-۱)(x-۲)=۰$$

$$\Rightarrow x = ۰,۱,۲ \xrightarrow{x \in N} B = \{۱,۲\}$$

بنابراین $A \cap B = \{۱\}$ و در نتیجه $A \cap B$ دارای دو زیر مجموعه است.

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۹، ۴۰، ۴۷ و ۴۸)

-۱۳۴ (علیرضا شریف‌طبیی)



$A \Delta B$ $\quad$ B $\quad$ $(A \Delta B) - B$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۱، ۵۰ و ۵۳)

-۱۳۵ (سیدمصطفی سیدحسینی)

$$|A| = ۲ \Rightarrow |P(A)| = ۲^۲ = ۴ \Rightarrow |P(P(A))| = ۲^۴ = ۱۶$$

$$|P(P(P(A)))| = ۲^{۱۶} = (۲^۸)^۲ = (۲۵۶)^۲$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

-۱۳۶ (سروش موئینی)

این مجموعه ۴ عضوی است چون $\{۱,۲\} = \{۲,۱,۱\}$ پس $۲^۴ - ۲ = ۱۴$ زیر مجموعهٔ سرهٔ ناتهی دارد.

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

-۱۳۷ (سیدوحید ذوالفقاری)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$A \cap [(B \cup A) \cap (A \cup C)] = A \cap [(A \cup B) \cap (A \cup C)]$$

$$= \underbrace{A \cap [A \cup (B \cap C)]}_{\text{قانون جذب}} = A$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۰)

-۱۳۸ (امیرحسین ابومحبوب)

$$(A'-B)' = B - C' \Rightarrow (A' \cap B')' = B \cap C$$

$$\Rightarrow A \cup B = B \cap C \quad (*)$$

$$B \subseteq A \cup B \xrightarrow{(*)} B \subseteq B \cap C \xrightarrow{B \cap C \subseteq B} B \cap C = B$$

$$\Rightarrow B \subseteq C \quad (۱)$$

$$B \cap C = B \xrightarrow{(*)} A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B \quad (۲)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود $A \subseteq B \subseteq C$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۲)

-۱۳۹ (سیدوحید ذوالفقاری)

راه اول:

$$B' - A = \{۲,۳,۸,۹\} - \{۱,۲,۳,۴\} = \{۸,۹\}$$

$$A' \cup (B' - A) = \{۵,۶,۷,۸,۹\} \cup \{۸,۹\} = \{۵,۶,۷,۸,۹\} = A'$$

$$[A' \cup (B' - A)]' = (A')' = A = \{۱,۲,۳,۴\}$$

$$C \cap [A' \cup (B' - A)]' = C \cap A = \{۱,۲\}$$

راه دوم:

$$C \cap [A' \cup (B' - A)]' = C \cap [\underbrace{A' \cup (B' \cap A')}_{\text{قانون جذب}}]'$$

$$= C \cap (A')' = C \cap A = \{۱,۲\}$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۲)

-۱۴۰ (حمید کروسی)

ابتدا سه عضو b، e و i را از مجموعهٔ مفروض حذف می‌کنیم که مجموعهٔ شش عضوی $\{a,c,d,f,g,h\}$ به‌دست می‌آید. از این مجموعه زیر مجموعه‌های یک یا بیش از یک عضوی انتخاب کرده و به آن‌ها اعضای مجموعهٔ $\{b,i\}$ را اضافه می‌کنیم.

$$\text{تعداد زیر مجموعه‌ها} = \binom{۶}{۱} + \binom{۶}{۲} + \ldots + \binom{۶}{۶} = ۲^۶ - \binom{۶}{۰}$$

$$= ۶۴ - ۱ = ۶۳$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

هندسه تحلیلی

-۱۴۱ (مهرداد ملوندی)

راه حل اول: اگر O مبدأ مختصات باشد آنگاه مطابق فرض داریم:

$$\overrightarrow{AM} = ۲\overrightarrow{MB} \Rightarrow (\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA}) = ۲(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OM})$$

$$\Rightarrow ۳\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + ۲\overrightarrow{OB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{۱}{۳}(\overrightarrow{OA} + ۲\overrightarrow{OB}) = \frac{۱}{۳}((۱,-۳,-۱) + (۲,۰,۴))$$

$$= \frac{۱}{۳}(۳,-۳,۳) = (۱,-۱,۱)$$

راه حل دوم: اگر در نظر بگیریم $M = (x_۰, y_۰, z_۰)$، داریم:

$$\overrightarrow{AM} = ۲\overrightarrow{MB} \Rightarrow (x_۰ - ۱, y_۰ + ۳, z_۰ + ۱)$$
$$= ۲(۱ - x_۰, -y_۰, ۲ - z_۰)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_۰ - ۱ = ۲ - ۲x_۰ \Rightarrow x_۰ = ۱ \\ y_۰ + ۳ = -۲y_۰ \Rightarrow y_۰ = -۱ \\ z_۰ + ۱ = ۴ - ۲z_۰ \Rightarrow z_۰ = ۱ \end{cases}$$

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۴)

-۱۴۲ (ممید کبروسی)

$$\begin{cases} A = (۳,۱,۲) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } oz} A' = (-۳,-۱,۲) \\ A = (۳,۱,۲) \xrightarrow{\text{تصویر روی } xoy} A'' = (۳,۱,۰) \end{cases}$$

$$\Rightarrow |A'A''|^۲ = (۳+۳)^۲ + (۱+۱)^۲ + (۰-۲)^۲ = ۳۶ + ۴ + ۴$$

$$\Rightarrow |A'A''| = \sqrt{۴۴} = ۲\sqrt{۱۱}$$

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۴ و ۵)

-۱۴۳ (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

$$A = (۱,-\alpha,\alpha-۱) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } xz} A_۱ = (۱,\alpha,\alpha-۱)$$

$$A = (۱,-\alpha,\alpha-۱) \xrightarrow{\text{تصویر روی } oz} A_۲ = (۰,۰,\alpha-۱)$$

$$\begin{cases} x_B = \frac{x_{A_۱} + x_{A_۲}}{۲} \Rightarrow \alpha + ۱ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \alpha = \frac{-۱}{۲} \\ y_B = \frac{y_{A_۱} + y_{A_۲}}{۲} \Rightarrow \beta = \frac{\alpha}{۲} \xrightarrow{\alpha = -\frac{۱}{۲}} \beta = \frac{-۱}{۴} \\ z_B = \frac{z_{A_۱} + z_{A_۲}}{۲} \Rightarrow \frac{-۳}{۲} = \frac{۲(\alpha-۱)}{۲} \Rightarrow \alpha = \frac{-۱}{۲} \end{cases}$$

$$\alpha + ۲\beta = \frac{-۱}{۲} + ۲(\frac{-۱}{۴}) = -۱$$

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۴ و ۵)

-۱۴۴ (محمدصادق تابتی)

قرینه نسبت به محور طول‌ها: $A = (۳,۲,۱) \Rightarrow B = (۳,-۲,-۱)$

قرینه نسبت به محور عرض‌ها: $A = (۳,۲,۱) \Rightarrow C = (-۳,۲,-۱)$

$$x_A + x_D = x_B + x_C \Rightarrow ۳ + x_D = ۳ - ۳ \Rightarrow x_D = -۳$$

$$y_A + y_D = y_B + y_C \Rightarrow ۲ + y_D = -۲ + ۲ \Rightarrow y_D = -۲$$

$$z_A + z_D = z_B + z_C \Rightarrow ۱ + z_D = -۱ - ۱ \Rightarrow z_D = -۳$$

$$\Rightarrow D = (-۳,-۲,-۳)$$

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۳، ۵ و ۱۳)

-۱۴۵ (مجید محمدی‌نویسی)

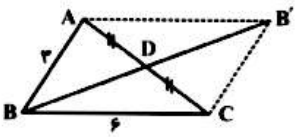
با توجه به رابطهٔ $|a+b| \le |a| + |b|$، زمانی تساوی حاصل می‌شود که a و b هم‌جهت باشند. بنابراین:

$$\max |a+b| = \underbrace{|a|}_{۲} + \underbrace{|b|}_{۱} = ۳$$

(هندسه تحلیلی - بردار؛ مشابه تمرین ۱۱، صفحهٔ ۲۵)

-۱۴۶ (رضا عباسی‌اصل)

BD را به اندازهٔ خودش از سمت D امتداد می‌دهیم تا نقطهٔ B' حاصل شود داریم:



$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$$
$$\Rightarrow ۲\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{BD} = \frac{۱}{۲}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$$

$$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA}.[\frac{۱}{۲}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})] = \frac{۱}{۲}(\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC})$$

$$= \frac{۱}{۲}(|\overrightarrow{BA}|^۲ + |\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|\cos ۶۰^\circ) = \frac{۱}{۲}(۹ + ۳\times ۶ \times \frac{۱}{۲})$$

$$= \frac{۱}{۲} \times ۱۸ = ۹$$

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

-۱۴۷ (سیدامیر ستوده)

کسینوس زاویهٔ بین دو بردار $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\left.\begin{matrix} \overrightarrow{AB} = (-۱,۴,۳) \\ \overrightarrow{AC} = (-۴,۳,۱) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \cos A = \frac{\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|}$$

$$= \frac{۴ + ۱۲ + ۳}{\sqrt{۱+۱۶+۹}\sqrt{۱۶+۹+۱}} \Rightarrow \cos A = \frac{۱۹}{۲۶}$$

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

-۱۴۸ (امیرحسین ابومحبوب)

با توجه به آن‌که a برداری یکه است، پس $|a| = ۱$. طبق نامساوی کشی - شوارتس داریم:

$$|a.b| \le |a||b| \Rightarrow |a.b| \le ۱ \times \sqrt{۹+۱۶+۲۵}$$
$$\Rightarrow |a.b| \le ۱ \times ۵\sqrt{۲} = ۵\sqrt{۲}$$

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحهٔ ۲۴)

-۱۴۹ (نوید مجیدی)

باید داشته باشیم: $\cos^۲\frac{\pi}{۳} + (\frac{۱}{\sqrt{۱۲}})^۲ + \cos^۲\gamma = ۱$ و در نتیجه:

$$(\frac{۱}{۲})^۲ + \frac{۱}{۱۲} + \cos^۲\gamma = ۱ \Rightarrow \cos^۲\gamma = ۱ - \frac{۴}{۱۲} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \cos\gamma = \pm\frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

اگر فرض کنیم $a = (a_۱, a_۲, a_۳)$، آن‌گاه داریم:

$$a_۳ = |a|\cos\gamma \Rightarrow |a| = \frac{|a_۳|}{|\cos\gamma|} = \frac{\sqrt{۶}}{\frac{\sqrt{۶}}{۳}} = ۳$$

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۷ تا ۹، ۲۲ و ۲۳)

-۱۵۰ (محمدطاهر شعاعی)

اندازهٔ تصویر قائم بردار a بر امتداد بردار $(a-b)$ $= \frac{|a.(a-b)|}{|a-b|}$

$$= \frac{||a|^۲ - a.b|}{|a-b|}$$

$$|a-b|^۲ = |a|^۲ + |b|^۲ - ۲a.b \Rightarrow ۷^۲ = ۲۰^۲ + ۱۵^۲ - ۲a.b$$

$$\Rightarrow a.b = \frac{۶۲۵ - ۴۹}{۲} = \frac{۵۷۶}{۲} = ۲۸۸$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

اندازهٔ تصویر قائم بردار a بر امتداد بردار $(a-b)$ $= \dfrac{\|a|^2 - a.b|}{|a-b|}$

$= \dfrac{|400-288|}{7} = \dfrac{112}{7} = 16$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

هندسه تحلیلی ـ آزمون شاهد (گواه)

-۱۵۱ *(کتاب آبی هندسه تحلیلی - سؤال ۲)*

کافی است تصویر قائم نقاط A و B را روی صفحهٔ xoy به دست آورده و فاصلهٔ آن‌ها را از یک‌دیگر حساب کنیم:

$$\begin{cases} A=(1,2,3) \Rightarrow A'(1,2,0) \\ B=(4,6,-3) \Rightarrow B'(4,6,0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow |A'B'| = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = 5$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ تا ۷)

-۱۵۲ *(آزاد ریاضی - ۸۱)*

$$V_1 - 2V_2 = 5j - k \Rightarrow |V_1 - 2V_2| = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

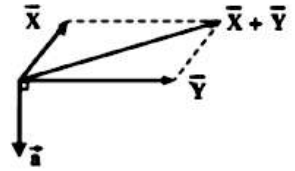
$$V_1 + 2V_2 = 4i + j + 3k \Rightarrow |V_1 + 2V_2| = \sqrt{16+1+9} = \sqrt{26}$$

$$\Rightarrow \frac{|V_1 - 2V_2|}{|V_1 + 2V_2|} = \frac{\sqrt{26}}{\sqrt{26}} = 1$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

-۱۵۳ *(سراسری ریاضی - ۸۶)*

در بین گزینه‌ها، باید حالتی را بیابیم که $a.(X+Y) \neq 0$، یعنی به عبارت دیگر بردار a نباید بر بردار غیرصفر $(X+Y)$ عمود باشد. در گزینهٔ «۲»، اگر بردار a فقط بر یکی از بردارهای X یا Y عمود باشد دلیلی ندارد که بر بردار $X+Y$ نیز عمود باشد، پس $a.(X+Y) \neq 0$. شکل زیر را در نظر بگیرید.



(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

-۱۵۴ *(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۲)*

$$a+b = 4i + 2j - 2k = c \;,\; a-b = 2i + 4j + 2k = d$$

$$\cos\theta = \frac{c.d}{|c||d|} = \frac{8+8-4}{\sqrt{24}\sqrt{24}} = \frac{1}{2}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

-۱۵۵ *(سراسری ریاضی - ۸۹)*

شرط عمود بودن دو بردار، آن است که حاصلضرب داخلی آنها صفر باشد. پس:

$$(a+b).(a-b) = 0 \Rightarrow |a|^2 - |b|^2 = 0 \Rightarrow |a|^2 = |b|^2$$

$$\Rightarrow 1 + (\alpha+1)^2 + (2\alpha)^2 = 4 + 0 + 1 \Rightarrow 5\alpha^2 + 2\alpha - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha+1)(5\alpha-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \alpha = 0/6 \end{cases}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحهٔ ۱۷)

-۱۵۶ *(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۹)*

در واقع باید قرینهٔ $a'' = (1,-2,5)$ را نسبت به $b = (2,-1,1)$ به دست آوریم.

$$a = 2\left(\frac{a''.b}{b.b}\right)b - a'' = 2\left(\frac{2+2+5}{4+1+1}\right)(2,-1,1) - (1,-2,5)$$

$$a = (6,-3,3) - (1,-2,5) \Rightarrow a = (5,-1,-2)$$

توجه کنید که اگر a'' قرینهٔ بردار a نسبت به راستای بردار b باشد، آن‌گاه قرینهٔ a'' نسبت به راستای بردار b، بردار a است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

-۱۵۷ *(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۵)*

$$\cos\gamma = \frac{a_z}{|a|} \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{m}{\sqrt{1+1+m^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{\sqrt{2+m^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 2m = \sqrt{4+2m^2}$$

$$\Rightarrow 4m^2 = 4 + 2m^2 \Rightarrow m^2 = 2 \Rightarrow m = \pm\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{a_x}{|a|} = \frac{1}{\sqrt{1+1+2}} = \frac{1}{2}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

-۱۵۸ *(کتاب آبی هندسه تحلیلی - سؤال ۲، آزمون فصل اول)*

$$\begin{cases} A=(3,2,-1) \Rightarrow A'=(3,0,-1) \\ B=(-2,2,-3) \Rightarrow B'=(-2,-2,3) \end{cases}$$

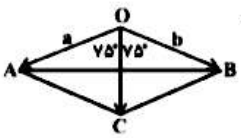
$$\Rightarrow |A'B'| = \sqrt{(-2-3)^2 + (-2-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

نکتهٔ درسی: تصویر قائم نقطهٔ $P=(x,y,z)$ روی صفحهٔ xz و قرینهٔ آن نسبت به محور xها به ترتیب نقاط $P'=(x,0,z)$ و $P''=(x,-y,-z)$ هستند.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ تا ۷)

-۱۵۹ *(کتاب آبی هندسه تحلیلی - سؤال ۳، آزمون فصل اول)*

در متوازی الاضلاع $OACB$، قطر $\overrightarrow{OC} = a+b$، نیمساز داخلی زاویه‌ی O است؛ بنابراین متوازی‌الاضلاع $OACB$، یک لوزی است و در لوزی دو قطر $\overrightarrow{OC} = a+b$ و $\overrightarrow{BA} = a-b$، بر هم عمودند.



(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

-۱۶۰ *(کتاب آبی هندسه تحلیلی - سوال ۴ آزمون، فصل اول)*

اگر بردار a به صورت $a=(x,y,z)$ فرض شود داریم:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ y^2 + z^2 = 14 \\ z^2 + x^2 = 9 \end{cases} \xrightarrow[\text{جمع می‌کنیم.}]{\text{سه رابطه را با هم}}$$

$$2(x^2+y^2+z^2) = 36 \Rightarrow x^2+y^2+z^2 = 18$$

بنابراین: $|a| = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

نکتهٔ درسی: طول تصویر قائم بردار $a=(x,y,z)$ بر صفحه‌های xy، yz و xz به‌ترتیب $\sqrt{x^2+y^2}$، $\sqrt{y^2+z^2}$ و $\sqrt{x^2+z^2}$ است.

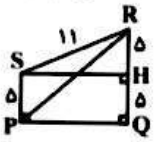
(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ تا ۷)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

هندسه ۱

-۱۶۱ (امیرحسین ابومحبوب)



مطابق شکل عمودی از نقطه‌ی S بر پاره‌خط RQ وارد می‌کنیم. داریم:

$$RH = ۱۰ - ۵ = ۵$$

$$\overset{\Delta}{RHS} : SH^۲ = RS^۲ - RH^۲ = ۱۲۱ - ۲۵ = ۹۶$$

چهارضلعی PQHS مستطیل است. پس $PQ = SH$ و داریم:

$$\overset{\Delta}{PQR} : PR^۲ = PQ^۲ + RQ^۲ = ۹۶ + ۱۰۰ = ۱۹۶ \Rightarrow PR = ۱۴$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ مشابه تمرین ۱۱ صفحه‌ی ۶۵)

-۱۶۲ (محمد کل‌صفتان)

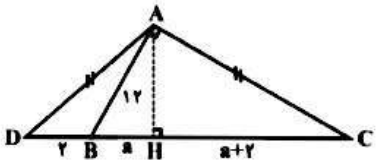
شش ضلعی منتظم $S = \frac{۶\sqrt{۳}}{۴}a^۲ = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲$

مربع $S = \frac{(\text{قطر})^۲}{۲} = \frac{(a\sqrt{۳})^۲}{۲} = \frac{۳a^۲}{۲}$

$$\Rightarrow \frac{S_{\text{شش ضلعی}}}{S_{\text{مربع}}} = \frac{\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲}{\frac{۳}{۲}a^۲} = \sqrt{۳}$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحه‌های ۳۸ و ۶۳)

-۱۶۳ (رضا عباسی‌اصل)



ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. فرض کنیم $BH = a$، در مثلث متساوی‌الساقین ADC، ارتفاع AH میانهٔ DC است. بنابراین:

$$DH = HC \Rightarrow HC = a + ۲$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : AB^۲ = BH.BC \Rightarrow ۱۴۴ = a(۲a + ۲)$$

$$\Rightarrow a(a + ۱) = ۷۲ \Rightarrow a = ۸$$

$$BC = ۲a + ۲ = ۲ \times ۸ + ۲ = ۱۸$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحهٔ ۶۵)

-۱۶۴ (رضا عباسی‌اصل)

بنابه قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $\overset{\Delta}{DBC}$ داریم:

$$DB^۲ = ۱۳^۲ - ۵^۲ \Rightarrow DB = ۱۲$$

$$\text{مساحت ناحیه رنگی} = S_{ABE} + S_{DEC} = \frac{۱}{۲}EB.AB + \frac{۱}{۲}ED.DC$$

$$= \frac{۵}{۲}EB + \frac{۵}{۲}ED = \frac{۵}{۲}\underbrace{(EB + ED)}_{BD} = \frac{۵}{۲} \times ۱۲ = ۳۰$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۱ و ۵۷)

-۱۶۵ (رسول محسنی‌منش)

اگر اندازهٔ AM را x فرض کنیم، $MN = x$ و $AN = ۲x$ است. مساحت ذوزنقه و مساحت مثلث ADN برابر است. پس داریم:

$$S_{\overset{\Delta}{ADN}} = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow \frac{AD \times AN}{۲} = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow \sqrt{۳} \times AN = ۴\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow AN = ۴ \Rightarrow ۲x = ۴ \Rightarrow x = ۲$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

-۱۶۶ (محسن محمدکریمی)

با توجه به این که HM و HN به‌ترتیب در دو مثلث قائم‌الزاویهٔ AHB و AHC میانه‌های وارد بر وتر هستند، پس:

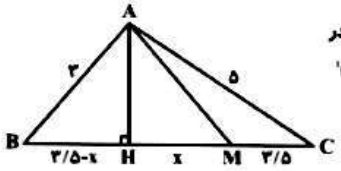
$$HM = \frac{AB}{۲}\ ,\ HN = \frac{AC}{۲}$$

$$\frac{HM}{HN} = \frac{\frac{AB}{۲}}{\frac{AC}{۲}} = \frac{AB}{AC} = ۳$$

$$\frac{AB^۲}{AC^۲} = \frac{BH.BC}{CH.BC} = \frac{BH}{CH} \Rightarrow \frac{BH}{CH} = (\frac{AB}{AC})^۲ = ۹$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحهٔ ۶۵)

-۱۶۷ (میلاد منصوری)



مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ را به‌صورت مقابل در نظر بگیرید. بنابه قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$AH^۲ + (۳/۵ + x)^۲ = ۲۵$$

$$AH^۲ + (۳/۵ - x)^۲ = ۹$$

در رابطه را از هم کم می‌کنیم:

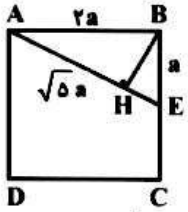
$$(۳/۵ + x)^۲ - (۳/۵ - x)^۲ = ۱۶$$

$$(۲x)(۷) = ۱۶ \Rightarrow x = \frac{۸}{۷}$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

-۱۶۸ (محمدجواد محسنی)

طول ضلع مربع را ۲a می‌گیریم و در نتیجه BE برابر a می‌شود. برای محاسبه AE داریم (طبق فیثاغورس):



$$AB^۲ + BE^۲ = AE^۲$$

$$\Rightarrow (۲a)^۲ + a^۲ = AE^۲ \Rightarrow AE = \sqrt{۵}a$$

$$\Delta ABE : BH \times AE = AB \times BE$$

$$\Rightarrow BH \times \sqrt{۵}a = ۲a \times a \Rightarrow BH = \frac{۲\sqrt{۵}a}{۵}$$

$$\Delta BHE : BH^۲ + HE^۲ = BE^۲ \Rightarrow \frac{۴}{۵}a^۲ + HE^۲ = a^۲ \Rightarrow HE = \frac{\sqrt{۵}}{۵}a$$

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{BHE}}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{۱}{۲} \times \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}a \times \frac{\sqrt{۵}}{۵}a}{۲a \times ۲a} = \frac{۱}{۲۰}$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۱، ۵۷ و ۶۵)

-۱۶۹ (محسن محمدکریمی)

فرض کنیم در مثلث ABC، $h_a = ۱۲$، $h_b = ۱۵$ و $h_c = ۲۰$ هستند. اگر مساحت مثلث را S در نظر بگیریم، اضلاع مثلث عبارت‌اند از:

$$a = \frac{۲S}{۱۲}\ ,\ b = \frac{۲S}{۱۵}\ ,\ c = \frac{۲S}{۲۰}$$

$$a^۲ = (\frac{۲S}{۱۲})^۲ = \frac{S^۲}{۳۶}$$

$$b^۲ = (\frac{۲S}{۱۵})^۲ = \frac{۴S^۲}{۲۲۵}$$

$$c^۲ = (\frac{۲S}{۲۰})^۲ = \frac{S^۲}{۱۰۰}$$

$$b^۲ + c^۲ = \frac{۱۶S^۲ + ۹S^۲}{۹۰۰} = \frac{۲۵S^۲}{۹۰۰} = \frac{S^۲}{۳۶} = a^۲$$

مثلث در رأس A قائم‌الزاویه است. بنابراین $h_b = c$ و $h_c = b$ است و در نتیجه داریم:

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times ۱۵ \times ۲۰ = ۱۵۰$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحه‌های ۳۶ و ۴۷)

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

۱۷۰- (محمد کل صفتان)

اگر $AF = x$ باشد، چون $\overset{\Delta}{AFM}$ قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است پس

$FM = \sqrt{۲}x$ پس، $ME = FM = x\sqrt{۲}$, $BE = x$

$$EF = \sqrt{AF^۲ + AE^۲} = \sqrt{x^۲ + (۱+\sqrt{۲})^۲ x^۲}$$

$$= \sqrt{x^۲ + x^۲ + ۲x^۲ + ۲\sqrt{۲}x^۲} = \sqrt{۴ + ۲\sqrt{۲}}\,x$$

با توجه به شکل، $AB = (۲ + \sqrt{۲})x$ است و داریم:

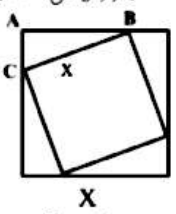
$$\frac{EF}{AB} = \frac{\sqrt{۲(۲+\sqrt{۲})}x}{(۲+\sqrt{۲})x} = \frac{\sqrt{۲}\times\sqrt{۲+\sqrt{۲}}}{\sqrt{۲+\sqrt{۲}}\times\sqrt{۲+\sqrt{۲}}}$$

$$= \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲+\sqrt{۲}}}\times\frac{\sqrt{۲-\sqrt{۲}}}{\sqrt{۲-\sqrt{۲}}} = \sqrt{۲-\sqrt{۲}}$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس، صفحهٔ ۶۷)

هندسه ۱ ـ آزمون شاهد (گواه)

۱۷۱- (آزاد ریاضی - ۸۹)



طول ضلع مربع بزرگ را X و طول ضلع مربع کوچک را x می‌نامیم، داریم:

$$\frac{\text{مساحت مربع بزرگ}}{\text{مساحت مربع کوچک}} = \frac{X^۲}{x^۲} = \frac{۴۹}{۲۵}$$

$$\Rightarrow \frac{X}{x} = \frac{۷}{۵} \xrightarrow{X=۱۴} \frac{۱۴}{x} = \frac{۷}{۵} \Rightarrow x = ۱۰$$

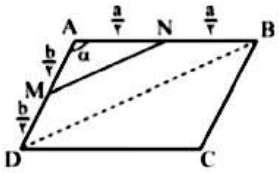
$$S(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{۱}{۴}(\text{مساحت مربع کوچک} - \text{مساحت مربع بزرگ})$$

$$= \frac{۱}{۴}(X^۲ - x^۲) = \frac{۱}{۴}(۱۹۶ - ۱۰۰) = ۲۴$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس، صفحهٔ ۳۸)

۱۷۲- (سراسری تجربی - ۸۷)

$$S(\overset{\Delta}{AMN}) = \frac{۱}{۲}AM \times AN\sin\alpha$$



$$= \frac{۱}{۲}\left(\frac{a}{۲}\right)\left(\frac{b}{۲}\right)\sin\alpha$$

$$= \frac{۱}{۸}a.b\sin\alpha$$

$$\overset{\Delta}{ABD} \cong \overset{\Delta}{CDB} \Rightarrow S(ABCD) = ۲S(\overset{\Delta}{ABD})$$

$$= ۲\left(\frac{۱}{۲}AB \times AD\sin\alpha\right) = a.b\sin\alpha$$

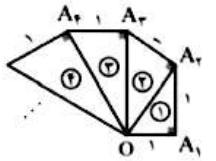
$$S(MNBCD) = S(ABCD) - S(\overset{\Delta}{AMN})$$

$$= a.b\sin\alpha - \frac{۱}{۸}a.b\sin\alpha = \frac{۷}{۸}a.b\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{S(MNBCD)}{S(\overset{\Delta}{AMN})} = \frac{\frac{۷}{۸}a.b\sin\alpha}{\frac{۱}{۸}a.b\sin\alpha} = ۷$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۷)

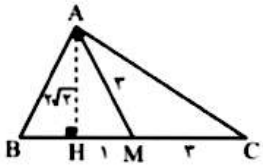
۱۷۳- (سراسری تجربی - ۸۸)


A۱
A۲
A۳
A۴
O
۱
۱
۱

www.g-alm.ir

۱۷۵- (سراسری ریاضی - ۸۳)

با توجه به فرض مسأله، در شکل مقابل $AM = ۳$ و $AH = ۲\sqrt{۲}$.



با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه‌ی AHM، داریم:

$$MH = \sqrt{AM^۲ - AH^۲} = \sqrt{۹ - ۸} = ۱$$

چون $AM = ۳$ میانه‌ی وارد بر وتر است، پس: $CM = AM = ۳$

$$\Rightarrow CH = CM + MH = ۳ + ۱ = ۴$$

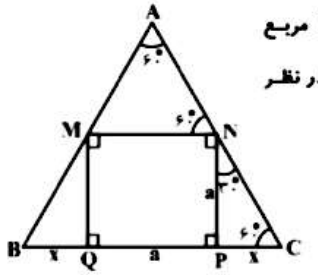
با توجه به شکل، AC ضلع متوسط مثلث است، بنابراین با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه‌ی AHC، داریم:

$$AC = \sqrt{AH^۲ + CH^۲} = \sqrt{۸ + ۱۶} = ۲\sqrt{۶}$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس، صفحه‌های ۵۷ و ۶۵)

۱۷۶- (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۲)

مطابق شکل فرض می‌کنیم $MNPQ$ مربع مورد نظر است و طول ضلع آن را a در نظر می‌گیریم.



در مثلث قائم‌الزاویه‌ی NPC، داریم:

$$tg(\hat{CNP}) = \frac{PC}{NP} \Rightarrow tg۳۰^\circ = \frac{x}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{x}{a} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{۳}}{۳}a$$

طبق فرض، طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC برابر با واحد است، پس:

$$BC = ۱ \Rightarrow x + a + x = ۱ \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳}a + a + \frac{\sqrt{۳}}{۳}a = ۱ \Rightarrow a = \frac{۳}{۳ + ۲\sqrt{۳}}$$

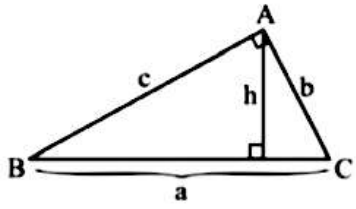
با گویا کردن کسر اخیر، داریم:

$$a = \frac{۳}{۳ + ۲\sqrt{۳}} \times \frac{۳ - ۲\sqrt{۳}}{۳ - ۲\sqrt{۳}} = \frac{۳(۳ - ۲\sqrt{۳})}{۹ - ۱۲} = ۲\sqrt{۳} - ۳$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس، صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۱۷۷- (سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۳)

با توجه به فرض مسأله $S(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{۱}{۸}a^۲$. از طرفی با توجه به شکل $S(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{۱}{۲}ah$، پس:



$$\frac{۱}{۸}a^۲ = \frac{۱}{۲}ah \Rightarrow h = \frac{۱}{۴}a$$

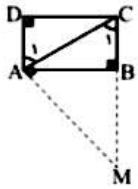
یعنی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، طول ارتفاع وارد بر وتر، ربع طول وتر است.

این خاصیت مربوط به مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ با زاویهٔ حادهٔ ۱۵° است.

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱۷۸- (سراسری تجربی - ۹۰)

مطابق شکل، در مستطیل $ABCD$، از نقطهٔ A، بر قطر AC عمود کرده‌ایم و آن عمود، امتداد ضلع BC را در نقطهٔ M قطع کرده است، طول پاره‌خط MC مدنظر سؤال است.



$$\overset{\Delta}{ABC} \xrightarrow{\hat{B}=۹۰^\circ} AC = \sqrt{AB^۲ + BC^۲}$$

$$= \sqrt{۲^۲ + ۱^۲} = \sqrt{۵}$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ACM، AB ارتفاع وارد بر وتر است، پس:

$$AC^۲ = BC \times MC \Rightarrow ۵ = ۱ \times MC \Rightarrow MC = ۵$$

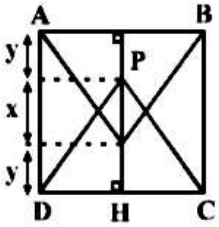
(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس، صفحهٔ ۶۵)

۱۷۹- (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۲)

مطابق شکل اگر طول ضلع مربع را a در نظر بگیریم، PH ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع a است، یعنی:

$$PH = x + y = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a$$

از طرفی $AD = x + ۲y$، پس:



$$۲\times\begin{cases} x + y = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a \\ -\left(x + ۲y = a\right) \end{cases}$$

$$x = \sqrt{۳}a - a \Rightarrow x = (\sqrt{۳} - ۱)a$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس، صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۱۸۰- (سراسری ریاضی خارج کشور - ۹۱)

طول مستطیل برابر طول قطر بزرگ شش‌ضلعی منتظم و عرض مستطیل برابر طول قطر کوچک شش‌ضلعی منتظم است. اگر طول هر ضلع شش‌ضلعی منتظم را a در نظر بگیریم، طول و عرض مستطیل به ترتیب برابر $۲a$ و $\sqrt{۳}a$ است و داریم:

$$\frac{\text{محیط شش ضلعی}}{\text{محیط مستطیل}} = \frac{۶a}{۲(۲a + \sqrt{۳}a)} = \frac{۳}{۲ + \sqrt{۳}} \times \frac{۲ - \sqrt{۳}}{۲ - \sqrt{۳}}$$

$$= \frac{۳(۲ - \sqrt{۳})}{۲^۲ - (\sqrt{۳})^۲} = ۳(۲ - \sqrt{۳})$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس، صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

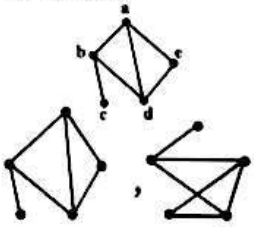
www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

ریاضیات گسسته

-۱۸۱ (مهرداد ملوندی)

نمودار گراف $G = (V,E)$ با مجموعه‌ی V و E مورد نظر به صورت روبه‌رو است:

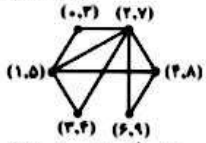


این نمودار همان نمودار گراف گزینه‌ی (۲) است یعنی دو گراف زیر معادل‌اند. (به عنوان تمرین، این موضوع را نشان دهید.)

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف، صفحه‌های ۵ تا ۷)

-۱۸۲ (نوید مهدی)

کافی است تا نمودار این گراف را رسم کنیم، که در آن رأس‌ها متناظر با بازه‌های مورد نظر هستند.



حال اگر تعداد یال‌ها را بشماریم، می‌بینیم که برابر با ۹ است.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف، صفحه ۸)

-۱۸۳ (فرهاد صابر)

تعداد گراف‌های ساده با مجموعه رئوس $V = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$ برابر است با $2^{\binom{p}{2}}$.

چون در این گراف a و b تنها (ایزوله) هستند پس این دو رأس را کنار می‌گذاریم، تعداد گراف‌های ساده‌ای که با ۴ رأس باقیمانده می‌توان ساخت برابر است با $2^{\binom{4}{2}} = 2^6 = 64$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف، صفحه‌های ۵ تا ۷)

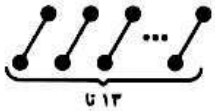
-۱۸۴ (حمید کروسی)

گراف کامل مرتبهٔ ۷، دارای $\frac{7\times 6}{2} = 21$ یال است. بنابراین گراف مورد نظر، یک یال کم‌تر از گراف k_7 دارد. با برداشتن یک یال از گراف k_7، دنبالهٔ درجات آن به‌صورت ۵، ۵، ۶، ۶، ۶، ۶ و ۶ خواهد شد که دو رأس از درجهٔ ۵ دارد.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

-۱۸۵ (علی‌اکبر علیزاده)

حداقل p زمانی رخ می‌دهد که یال‌ها تا حد ممکن فشرده‌تر رسم شوند. برای ۱۳ یال دست کم وجود ۶ رأس ضروری است و چون دو رأس ایزوله هم داریم. بنابراین: $p_{min} = 8$.



برای p_{max} می‌بایست یال‌ها حتی الامکان پراکنده‌تر باشند. بنابراین گراف به‌صورت مقابل خواهد بود:

و در نتیجه $p_{max} = 28$

بنابراین محدوده تغییرات p به‌صورت زیر است:

$p = 8,9,10,\dots,28$ تعداد p های مختلف $= 28 - 8 + 1 = 21$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف، صفحه‌های ۵ تا ۷)

-۱۸۶ (سیدامیر ستوده)

با توجه به این‌که تعداد رأس‌های فرد در هر گراف عددی زوج است. نتیجه می‌شود از a و b یکی فرد و دیگری زوج است و چون G از مرتبه ۷ است درجه رئوس گراف باید کوچکتر یا مساوی ۶ باشند.

اگر $a+b=9$، $(a=5, b=4)$ یا $(a=6, b=3)$ در این حالت دنباله درجات به‌صورت ۱، ۲، ۳، ۴، ۴، ۵ و ۵ یا ۱، ۲، ۳، ۳، ۴، ۵ و ۶ است. که هر دو قابل رسم‌اند. پس حداکثر $a+b$ در این حالت رخ می‌دهد.

همچنین حالت $a+b=11$ $(a=6, b=5)$ امکان‌پذیر نیست، زیرا گرافی با دنبالهٔ درجات ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۵ و ۶ قابل رسم نیست.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف، صفحهٔ ۱۱)

-۱۸۷ (رضا پورحسینی)

اولاً، گراف سه رأس $\Delta = 6$ دارد، پس $5 = 3 - 8$ رأس کوچکتر از درجه ۶ خواهد داشت.

ثانیاً، چون حداکثر یال را می‌خواهیم باید درجه‌ها را بیشترین مقدار ممکن در نظر بگیریم.

ثالثاً، چون تعداد رئوس فرد باید زوج باشد پس نمی‌توانیم همهٔ ۵ رأس را درجهٔ ۵ در نظر بگیریم پس یک رأس را درجه ۴ و چهار رأس را درجهٔ ۵ قرار می‌دهیم.

در نتیجه:

$$2q = \underbrace{(6+6+6)}_{18} + \underbrace{(5+5+5+5)}_{20} + (4) = 42 \Rightarrow q_{max} = 21$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف، صفحهٔ ۱۱)

-۱۸۸ (امیرحسین ابومحبوب)

تنها حالتی که برای رئوس فرد امکان‌پذیر است، وجود ۱۶ رأس درجهٔ یک است. از طرفی برای رئوس زوج داریم:

مجموع درجات رئوس زوج + مجموع درجات رئوس فرد = مجموع درجات گراف

$\Rightarrow$ مجموع درجات رئوس زوج $= 2\times 12 - 16 = 8$

بنابراین رئوس زوج به‌صورت یک رأس درجهٔ ۸ یا ۲ رأس درجهٔ ۴ یا ۴ رأس درجهٔ ۲ می‌باشند. در این‌صورت با در نظر گرفتن ۱۶ رأس درجهٔ یک، مرتبهٔ گراف یکی از اعداد ۱۷، ۱۸ یا ۲۰ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف، صفحهٔ ۱۱)

-۱۸۹ (علیرضا سیف)

در گراف‌های منتظم، رابطهٔ $pr = 2q$ برقرار است. داریم:

$$r(r+5) = 2q_1 \quad (1)$$

$$5(r+5) = 2q_2 = 2(q_1 + 8)$$

$$\Rightarrow 5r + 25 = 2q_1 + 16 \Rightarrow 2q_1 = 5r + 9 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow r^2 + 5r = 5r + 9 \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف، صفحهٔ ۱۲)

-۱۹۰ (علی‌اکبر علیزاده)

وقتی مرتبه گراف ۵ است حداکثر ۱۰ یال خواهیم داشت که به‌صورت مجموعهٔ $E = \{ab, ac, ad, \dots, ed\}$ تعریف می‌شوند. این یال‌ها را در سه دسته تفکیک می‌کنیم:

a و b یال‌های فاقد رئوس $\Rightarrow E_1 = \{cd, de, ce\}$

b و فاقد a یال‌های شامل $\Rightarrow E_2 = \{ac, ad, ae\}$

a و فاقد b یال‌های شامل $\Rightarrow E_3 = \{bc, bd, be\}$

a و b یال‌های شامل رئوس $\Rightarrow E_4 = \{ab\}$

حال می‌بایست از هر مجموعه زیر مجموعه‌ای انتخاب کنیم اما تعداد اعضای زیر مجموعه‌ای که از E_4 انتخاب می‌شود می‌بایست با تعداد اعضای زیر مجموعه انتخابی از E_4 برابر باشد. خواهیم داشت:

$$3^3 \times \left[\binom{3}{0}^2 + \binom{3}{1}^2 + \binom{3}{2}^2 + \binom{3}{3}^2\right] \times 2^1 = 320$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف، صفحه‌های ۵ تا ۷ و ۱۱)

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

آمار و مدل‌سازی

-۱۹۱ (میلاد منصوری)

ماه‌های سال، متغیر کیفی ترتیبی هستند، فروردین، اردیبهشت، خرداد و ... سال تولد و چندمین فرزند خانواده، متغیر کمی گسسته و جنسیت فرد، متغیر کیفی اسمی است.

(آمار و مدل‌سازی - متغیرهای تصادفی، صفحهٔ ۳۶ تا ۳۸)

-۱۹۲ (محمدجواد محسنی)

«تعداد اعداد حقیقی که در یک شرط خاص صدق می‌کند»، قابل شمارش است، بنابراین کمی است. همچنین نمی‌تواند همهٔ مقادیر را قبول کند،پس گسسته است.

نوع تلفن مورد استفادهٔ شهروندان قابل شمارش نیست، پس کیفی است و همچنین شامل ۲ نوع تلفن همراه (سیار) و تلفن ثابت است، پس کیفی اسمی است.

(آمار و مدل‌سازی- متغیرهای تصادفی، صفحهٔ ۳۶ تا ۳۸)

-۱۹۳ (عباس‌اسدی امیرآبادی)

می‌دانیم تفاضل دو کران پایین متوالی همان طول دسته است. یعنی $C = ۳$. از طرفی تعداد دسته‌ها ۹ می‌باشد. پس داریم:

$$R = KC = ۳ \times ۹ = ۲۷$$

$$R = \max - \min \Rightarrow ۲۷ = ۷۰ - \min \Rightarrow \min = ۷۰ - ۲۷ = ۴۳$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی، صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

-۱۹۴ (مجید فدایی)

اگر فراوانی تجمعی دستهٔ پنجم را از فراوانی تجمعی دستهٔ ششم کم کنیم، فراوانی مطلق دستهٔ ششم به‌دست می‌آید. یعنی:

$$f_۶ = ۴۰ - ۳۰ = ۱۰$$

$$\text{فراوانی نسبی دستهٔ ششم} = \frac{\text{فراوانی مطلق دسته‌ی ششم}}{\text{تعداد کل داده‌ها}}$$

$$= \frac{f_۶}{n} = \frac{۱۰}{۸۰} = \frac{۱}{۸} = ۰/۱۲۵$$

توضیح نکات درسی:

اگر فراوانی تجمعی یک دسته را منهای فراوانی تجمعی دستهٔ ماقبل آن کنیم، فراوانی مطلق آن دسته به‌دست می‌آید.

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی، صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

-۱۹۵ (کوروش داوودی)

در گزینه‌ی «۳» متغیر کمی گسسته به‌کار رفته است، در حالی‌که گزینه‌های دیگر دارای متغیر کمی پیوسته هستند.

(آمار و مدل‌سازی - متغیرهای تصادفی، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

-۱۹۶ (سعید زوارقی)

می‌دانیم جمع کل فراوانی نسبی برابر ۱ است. پس داریم:

$$۰/۱ + ۰/۲ + ۰/۱ + x + ۰/۱ + ۰/۲ + ۰/۱ = ۱ \Rightarrow x = ۰/۲$$

پس مجموع فراوانی‌های نسبی کم‌تر از ۴ روز برابر است با:

$$۰/۱ + ۰/۲ + ۰/۱ + ۰/۲ = ۰/۶$$

تعداد کل روزها برابر ۳۰ یا همان تعداد روزهای آبان ماه است.

$$\Rightarrow \frac{۶}{۱۰} = \frac{y}{۳۰} \Rightarrow y = ۱۸$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

-۱۹۷ (آرش رحیمی)

$$\frac{F_i}{n} = ۰/۴ \Rightarrow F_i = ۰/۴n$$

$$\frac{۰/۴n + ۲۰}{n + ۲۰} = ۰/۸ \Rightarrow ۰/۴n + ۲۰ = ۰/۸n + ۱۶$$

$$\Rightarrow ۰/۴n = ۴ \Rightarrow n = ۱۰$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

-۱۹۸ (آرش رحیمی)

$$f_۲ = \frac{F_۲}{n} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{۱۲}{n} \Rightarrow n = ۲۰$$

$$f_۱ = \frac{F_۱}{n} \Rightarrow ۰/۱ = \frac{x}{۲۰} \Rightarrow x = ۲$$

$$\sum f_i = ۱ \quad \text{(مجموع فراوانی نسبی = ۱)}$$

$$۰/۱ + ۰/۶ + z = ۱ \Rightarrow z = ۰/۳$$

$$\sum F_i = n \quad \text{(مجموع فراوانی مطلق = n)}$$

$$۲ + ۱۲ + y = ۲۰ \Rightarrow y = ۶$$

$$\Rightarrow \frac{y}{xz} = \frac{۶}{۲ \times ۰/۳} = \frac{۶}{۰/۶} = ۱۰$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

-۱۹۹ (امیرحسین ابومحبوب)

فاصلهٔ میان مرکز دستهٔ اول و دستهٔ چهارم، ۳ برابر طول دسته است. پس اگر طول دسته را با x نشان دهیم، داریم:

$$۳c = ۱۱ - ۳ = ۸ \Rightarrow c = \frac{۸}{۳}$$

حال e کران بالایی دستهٔ چهارم و a کران پایینی دستهٔ اول است و اختلاف آن‌ها، برابر طول دسته‌های اول تا چهارم است یعنی داریم:

$$e - a = ۴c = ۴ \times \frac{۸}{۳} = \frac{۳۲}{۳}$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی، صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

-۲۰۰ (امیرحسین ابومحبوب)

با توجه به این که فراوانی مطلق دسته‌های سوم تا پنجم، صعودی است، پس درصد فراوانی نسبی دستهٔ چهارم، قطعاً بین ۱۰ و ۱۵ می‌باشد. همچنین فراوانی مطلق این دسته، برابر $۹ = ۱۲ - ۲۱$ است. اگر N فراوانی کل داده‌ها باشد، آنگاه $\frac{۹}{N}$ فراوانی نسبی دستهٔ چهارم است و داریم:

$$\frac{۱۰}{۱۰۰} \le \frac{۹}{N} \le \frac{۱۵}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{۱۰۰}{۱۵} \le \frac{N}{۹} \le ۱۰ \Rightarrow ۶۰ \le N \le ۹۰$$

در نتیجه تنها عدد ۷۵ برای فراوانی کل داده‌ها، قابل قبول است.

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی، صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

فیزیک ۳

۲۰۱- (حسن اسحاق‌زاده)

وقتی ۲۵ درصد از بار q_1 کم کنیم، اندازهٔ بار آن برابر خواهد شد با:

$$q'_1 = ۸ - (۸ \times ۰/۲۵) = ۶\mu C$$

$$q'_۲ = (q_۲ + ۲)\mu C$$

با استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای قانون کولن، مقدار $q_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1||q'_۲|}{|q_1||q_۲|} \Rightarrow ۱/۵ = \frac{۶(q_۲ + ۲)}{۸ \times q_۲} \Rightarrow q_۲ = ۲\mu C$$

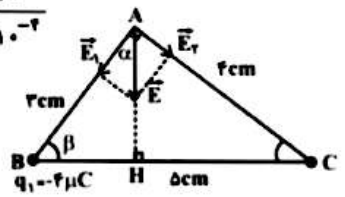
(فیزیک ۳ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۲۰۲- (مصطفی کیانی)

اگر بردار $\vec{E}$ را بر ضلع‌های مثلث تصویر کنیم، می‌بینیم هر دو بار الکتریکی منفی می‌باشند. بنابراین با توجه به این که طبق رابطهٔ فیثاغورث طول ضلع AB برابر با $۳cm$ است، می‌توان نوشت:

$$|\vec{E}_1| = k\frac{|q_1|}{r_1^۲} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۴ \times ۱۰^{-۶}}{۹ \times ۱۰^{-۴}}$$

$$= ۴ \times ۱۰^۷ \frac{N}{C}$$



در مثلث ABC می‌توان نوشت:

$$\cos\beta = \frac{AB}{BC} = \frac{۳}{۵} = ۰/۶ \Rightarrow \beta = ۵۳^\circ$$

هم‌چنین در مثلث ABH می‌توان نوشت:

$$\hat{\alpha} = ۹۰ - \hat{\beta} = ۹۰^\circ - ۵۳^\circ = ۳۷^\circ$$

$$\cos\alpha = \frac{E_1}{E} \xrightarrow{\alpha = ۳۷^\circ} \cos ۳۷^\circ = \frac{۴ \times ۱۰^۷}{E}$$

$$\xrightarrow{\cos ۳۷^\circ = ۰/۸} \frac{۸}{۱۰} = \frac{۴ \times ۱۰^۷}{E} \Rightarrow E = ۵ \times ۱۰^۷ \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۳ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۲۰۳- (کاظم شاهملکی)

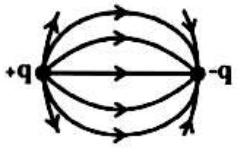
در نقطهٔ A میدان الکتریکی تمام بارها به یک سو است (اگر بارها مثبت باشند، به طرف چپ و اگر بارها منفی باشند به‌طرف راست)، بنابراین میدان الکتریکی برایند ناشی از بارها صفر نمی‌شود. در نقطه‌های C و D، میدان دو تا از بارها به یک‌سو و میدان بار سوم در جهت مخالف است. از آن‌جا که در هر دو نقطه C و D، به‌ترتیب بزرگی میدان ناشی از بار $q_۲$ به تنهایی از بزرگی میدان بارهای q_1 و $q_۳$ بیش‌تر است، بنابراین میدان الکتریکی برایند در این نقاط نیز نمی‌تواند صفر شود.

اما در نقطهٔ B میدان الکتریکی ناشی از بارهای $q_۲$ و $q_۳$ به یک‌سو و میدان ناشی از بار q_1 در سمت مخالف است. به علت نزدیک بودن بار q_1 به نقطهٔ B، میدان قوی‌تری ایجاد می‌کند، به طوری که می‌تواند میدان‌الکتریکی برایند ناشی از بارهای $q_۲$ و $q_۳$ را خنثی کند. در این‌صورت میدان الکتریکی برایند ناشی از بارها در نقطهٔ B می‌تواند صفر شود.

(فیزیک ۳ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۲۰۴- (ملیحه بحفری)

با حرکت در جهت خط‌های میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد. خطوط میدان مطابق شکل است که ابتدا تراکم خطوط کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد که به معنی کاهش و سپس افزایش اندازهٔ میدان است و از طرفی طبق رابطهٔ $\Delta U = q\Delta V$، می‌دانیم که $\Delta V < ۰$ و $q < ۰$ بوده و لذا $\Delta U > ۰$ است، یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی بار افزایش می‌یابد.



(فیزیک ۳ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۸)

۲۰۵- (معصومه علیزاده)

چون در جهت میدان الکتریکی پتانسیل کاهش می‌یابد، $V_B < V_A$ است، در نتیجه $V_B - V_A < ۰$ می‌شود. بنابراین با توجه به رابطهٔ $E = \frac{\Delta V}{d}$ می‌توان نوشت:

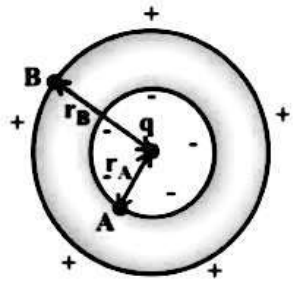
$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow ۲۰۰۰ = \frac{\Delta V}{۰/۴} \Rightarrow \Delta V = ۸۰۰V \Rightarrow V_B - V_A = -۸۰۰V$$

(فیزیک ۳ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

۲۰۶- (حسن خوشنام)



در اثر القای الکتریکی در سطح داخلی کره، بار منفی و در سطح خارجی آن بار مثبت القا می‌شود که این بارهای القایی از نظر اندازه با یکدیگر برابرند. از طرف دیگر طبق رابطهٔ چگالی سطحی بار الکتریکی می‌توان نوشت:

$$\sigma = \frac{q}{A} \xrightarrow{A=4\pi r^2} \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \left(\frac{q_A}{q_B}\right) \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow[r_B > r_A]{|q_A| = |q_B|} \frac{|\sigma_A|}{|\sigma_B|} > 1 \Rightarrow |\sigma_A| > |\sigma_B|$$

(فیزیک ۳ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۱)

۲۰۷- (خسرو ارغوانی‌فرد)

اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر است با:

$$V = \frac{q}{C} = \frac{20 \times 10^{-6}}{20 \times 10^{-6}} = 1V$$

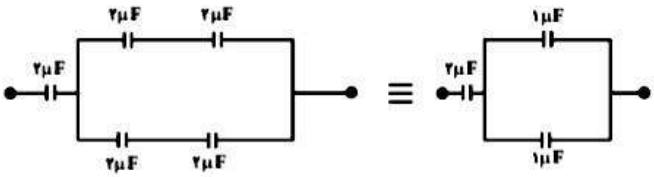
بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه برابر است با:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{1}{1 \times 10^{-3}} = 1000 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۳ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۹)

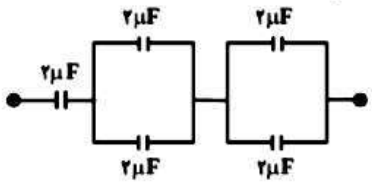
۲۰۸- (حمید زرین‌کفش)

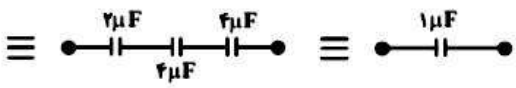
در حالتی که کلید k باز باشد، داریم:





و برای حالتی که کلید k بسته باشد، داریم:





$$\Rightarrow C'' = 4\mu F$$

بنابراین داریم:

$$\frac{C'}{C''} = \frac{4\mu F}{4\mu F} = 1$$

(فیزیک ۳ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۷)

۲۰۹- (احسان کرمی)

بار هر یک از خازن‌ها را قبل از اتصال محاسبه می‌نماییم:

$$q_1 = C_1 V_1 = 4 \times 200 = 800\mu C$$

$$q_2 = C_2 V_2 = 400 C_2 \ (\mu C)$$

بعد از اتصال: $q_T = C_{eq} V_T$

$$\Rightarrow q'_1 + q'_2 = (C_1 + C_2) V_T$$

با توجه به اصل پایستگی بار الکتریکی، داریم:

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$$

بنابراین:

$$800 + 400 C_2 = (4 + C_2) \times 250 \Rightarrow 800 + 400 C_2 = 1000 + 250 C_2$$

$$\Rightarrow 150 C_2 = 200 \Rightarrow C_2 = \frac{4}{3}\mu F$$

(فیزیک ۳ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۶۲ تا ۷۲)

۲۱۰- (مصطفی کیانی)

چون خازن‌های C_2 و C_3 با هم موازی‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است. بنابراین اگر بار خازن C_3 را q فرض کنیم، بار خازن C_2 برابر است با:

$$V_2 = V_3 \Rightarrow \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_3}{C_3} \xrightarrow{q_3 = q} \frac{q_2}{10} = \frac{q}{2/5} \Rightarrow q_2 = 4q$$

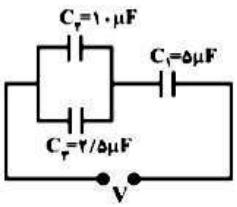
از طرف دیگر، بار خازن C_1 برابر با مجموع بار خازن‌های C_2 و C_3 است. بنابراین داریم:

$$q_1 = q_2 + q_3 \xrightarrow{q_2 = 4q \ , \ q_3 = q} q_1 = 4q + q \Rightarrow q_1 = 5q$$

اکنون با توجه به رابطهٔ انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$$U = \frac{q^2}{2C} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{q_1}{q_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow[q_2 = 4q \ , \ C_2 = 10\mu F]{C_1 = 5\mu F \ , \ q_1 = 5q} \frac{U_1}{U_2} = \frac{10}{5} \times \left(\frac{5q}{4q}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{25}{8}$$



(فیزیک ۳ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۶۲ تا ۷۷)

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

فیزیک پیش‌دانشگاهی

۲۱۱- (بهادر کهمران)

متحرک در مبدأ زمان در $x_0 = +5m$ قرار دارد سپس تا $x = -10m$ در جهت منفی محور x حرکت می‌کند در این لحظه بر می‌گردد و در لحظهٔ $t = 10s$ به مبدأ مکان یعنی $x = 0$ می‌رسد. یعنی در ابتدا ۱۵ متر و سپس ۱۰ متر و جمعاً ۲۵ متر مسافت طی می‌کند. اما در نهایت از $x_0 = 5m$ به $x = 0$ جابه‌جا می‌شود که اندازهٔ آن $5m$ است. بنابراین نسبت مسافت طی شده به اندازهٔ جابه‌جایی آن $\frac{25}{5} = 5$ می‌شود.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

۲۱۲- (مصطفی کیانی)

اگر ابتدای $10s$ سرعت متحرک را $v_1 = v$ در نظر بگیریم، در پایان $10s$ سرعت آن $v_2 = \frac{v}{2}$ می‌شود. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطهٔ شتاب v را حساب می‌کنیم و سپس با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب، جابه‌جایی آن را به‌دست می‌آوریم.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 10s]{a = -0/6 \frac{m}{s^2}} -0/6 = \frac{\frac{v}{2} - v}{10} \Rightarrow -6 = -\frac{v}{2} \Rightarrow v = 12\frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t$$

$$\xrightarrow[\Delta t = 10s]{v_1 = v = 12\frac{m}{s},\ v_2 = \frac{v}{2} = 6\frac{m}{s}} \Delta x = \frac{12 + 6}{2} \times 10 \Rightarrow \Delta x = 90m$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

۲۱۳- (محمد نادری)

فقط در بازهٔ زمانی $t = 2s$ تا $t = 4s$ اندازهٔ سرعت متحرک در حال کاهش است. پس در این بازهٔ زمانی حرکت متحرک کندشونده است.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

۲۱۴- (محمدعلی عباسی)

در حرکت باشتاب ثابت، سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی با سرعت لحظه‌ای در وسط بازهٔ زمانی برابر است.

$$\bar{v}_{2-6} = v_{t=4s} \xrightarrow{v = at + v_0} 26 = 4a + v_0 \quad (I)$$

$$\bar{v}_{10-12} = v_{t=11s} \Rightarrow 40 = 11a + v_0 \quad (II)$$

با حل هم‌زمان دو معادلهٔ فوق، داریم:

$$a = 2\frac{m}{s^2}\ ,\ v_0 = 18\frac{m}{s}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

۲۱۵- (محمد نادری)

دو متحرک پس از t ثانیه به هم می‌رسند. متحرک اول با شتاب $4\frac{m}{s^2}$ و متحرک دوم با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند جابه‌جایی این دو متحرک در این مدت برابر است با:

متحرک اول: $\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 = 2t^2$

متحرک دوم: $\Delta x_2 = \frac{1}{2}a_2 t^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 = t^2$

مجموع جابه‌جایی‌ها برابر فاصلهٔ اولیهٔ دو متحرک است.

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 75 \Rightarrow 3t^2 = 75 \Rightarrow t = 5s$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

۲۱۶- (بهادر کهمران)

متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند در بازه‌های زمانی یکسان t، مسافت‌هایی را طی می‌کند که تشکیل یک تصاعد عددی با قدر نسبت at^2 می‌دهد.

در این تست فاصلهٔ زمانی ۱ ثانیه است و قدر نسبت (تفاضل دو جملهٔ متوالی) ۳ متر می‌باشد.

$$at^2 = 3 \Rightarrow a \times 1^2 = 3 \Rightarrow a = 3\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۷)

۲۱۷- (محمد نادری)

زمان بالا رفتن و زمان پایین آمدن گلوله با هم برابر است؛ پس گلوله طی ۲ ثانیه بالا رفته و طی ۲ ثانیه هم پایین می‌آید. با نوشتن معادلهٔ سرعت، برای لحظهٔ پرتاب تا لحظهٔ رسیدن گلوله به نقطهٔ اوج، می‌توان سرعت لحظهٔ پرتاب را حساب کرد.

$$v = -gt + v_0 \Rightarrow 0 = -10 \times 2 + v_0 \Rightarrow v_0 = 20\frac{m}{s}$$

حداکثر فاصلهٔ گلوله از محل پرتاب، موقعی است که گلوله به نقطهٔ اوج خود می‌رسد و سرعت آن صفر می‌شود. مسافت طی شدهٔ گلوله از محل پرتاب تا نقطهٔ اوج برابر است با:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta y = -\frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 + 20 \times 2 = 20m$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۱۸- (فسرو ارغوانی‌فرد)

زمان رفت و برگشت به محل پرتاب، ۵ ثانیه است. پس زمان اوج گلوله ۲/۵ ثانیه می‌باشد. بنابراین داریم:

$$t_{اوج} = \frac{v_0}{g} \Rightarrow 2/5 = \frac{v_0}{10} \Rightarrow v_0 = 25\frac{m}{s}$$

حال مبدأ را زمین در نظر می‌گیریم و معادلهٔ حرکت گلوله را می‌نویسیم.

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + h \xrightarrow[t=6s]{y=0} 0 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 6^2 + 25 \times 6 + h$$

$$\Rightarrow h = 30m$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۱۹- (محمد نادری)

اگر زمان سقوط t باشد، سنگ در مدت $t' = \frac{t}{2}$ ثانیه، ارتفاع h' را پایین خواهد آمد. از معادلهٔ حرکت در سقوط آزاد خواهیم داشت:

$$\begin{cases} h = -\frac{1}{2}gt^2 \\ h' = -\frac{1}{2}gt'^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{h}{h'} = \left(\frac{t}{t'}\right)^2 \xrightarrow{t=2t'} \frac{h}{h'} = 4$$

$$\Rightarrow h' = \frac{h}{4} = \frac{140}{4} = 35m$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۲۰- (علیرضا یارمحمدی)

معادلهٔ حرکت هر یک از گلوله‌ها را با فرض جهت مثبت به سمت بالا و سطح زمین به عنوان مبدأ مکان می‌نویسیم.

داریم:

$$y_A = -\frac{1}{2}gt^2 - 10t + h$$

$$y_B = -\frac{1}{2}gt^2 + 8t + h$$

در لحظه‌ای که فاصله دو گلوله از یکدیگر $36m$ است، داریم:

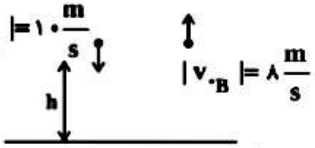
$$y_B - y_A = 36 \Rightarrow -\frac{1}{2}gt^2 + 8t + h + \frac{1}{2}gt^2 + 10t - h = 36$$

$$\Rightarrow t = 2s$$

در مدت $2s$، گلوله A از ارتفاع h به زمین رسیده است، بنابراین داریم:

$$y_A = -\frac{1}{2}gt^2 - 10t + h \xrightarrow{t=2s} 0 = -5 \times 2^2 - 10 \times 2 + h$$

$$\Rightarrow h = 40m$$



(فیزیک پیش‌دانشگاهی - حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

-۲۲۱ (مصطفی کیانی)

طبق قانون دوم نیوتون $(\vec{F} = m\vec{a})$، جهت شتاب همواره در جهت برایند نیروهای وارد بر آن است و با جرم آن نسبت عکس دارد. یعنی هر چه جرم جسم کم‌تر باشد، شتاب حرکت آن بیش‌تر است. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است. دو جسم می‌توانند هم از راه دور و بدون تماس و هم از طریق تماس به یکدیگر نیرو وارد کنند، بنابراین گزینهٔ (۳) نیز درست است. در ضمن بر همهٔ جسم‌های اطراف ما حداقل یک نیرو، آن هم نیروی گرانش (وزن) وارد می‌شود. بنابراین گزینه‌های (۴) هم درست است. گزینه (۲) نادرست است، زیرا در قانون اول برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با صفر است، درصورتی که موضوع قانون دوم، وارد شدن نیرو و صفر نشدن برایند نیروها وارد بر جسم است.

(فیزیک ۲ - دینامیک: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۹)

-۲۲۲ (علیرضا یارمحمدی)

ابتدا شتاب حرکت جسم را در حین وارد شدن نیرو محاسبه می‌کنیم داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow ۱۶ = a \times ۶ + ۴ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون، می‌توان نوشت:

$$F = ma \Rightarrow ۳ = m \times ۲ \Rightarrow m = ۱/۵kg$$

(فیزیک ۲ - دینامیک: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۹)

-۲۲۳ (معصومه علیزاده)

از طرف سطح افقی دو نیروی اصطکاک و عمودی سطح بر جسم وارد می‌شود.

ابتدا باید تعیین کنیم که آیا جسم حرکت می‌کند یا خیر. داریم:

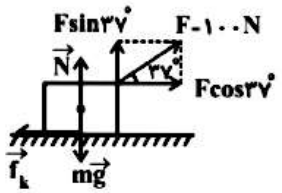
$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow N + F\sin ۳۷^\circ - mg = ۰$$

$$\Rightarrow N = mg - F\sin ۳۷^\circ$$

$$\Rightarrow N = ۸ \times ۱۰ - ۱۰۰ \times ۰/۶ = ۲۰N$$

$$f_{smax} = \mu_s N = ۰/۶ \times ۲۰ = ۱۲N$$

$$F\cos ۳۷^\circ = ۱۰۰ \times ۰/۸ = ۸۰N$$



چون نیروی محرک $F\cos ۳۷^\circ$ بزرگ‌تر از نیروی مقاوم f_{smax} بوده است، بنابراین جسم حرکت می‌کند و برای تعیین نیروی واکنش سطح داریم:

$$f_k = \mu_k N = ۰/۵ \times ۲۰ = ۱۰N$$

$$R = \sqrt{f_k^۲ + N^۲} = \sqrt{۱۰^۲ + ۲۰^۲} = ۱۰\sqrt{۵}N$$

(فیزیک ۲ - دینامیک: صفحه‌های ۵۴ تا ۷۱)

-۲۲۴ (فسرو ارغوانی‌فرد)

نیروی گرانشی نیرویی است که دو جسم به سبب جرم خود به یکدیگر وارد می‌کنند.

(فیزیک ۲ - دینامیک: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

-۲۲۵ (بهادر کامران)

با استفاده از رابطهٔ قانون گرانش نیوتون، داریم:

$$g = G\frac{M}{r^۲} \Rightarrow \frac{g_{h_۱}}{g_{h_۲}} = \left(\frac{h_۲ + R_e}{h_۱ + R_e}\right)^۲ \Rightarrow \frac{g_{h_۱}}{g_{h_۲}} = \left(\frac{۶R_e}{۲R_e}\right)^۲ = ۹$$

(فیزیک ۲ - دینامیک: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

-۲۲۶ (مدسن توانا)

ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون، شتاب هر جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$F = m_۱a_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{F}{m_۱},\ F = m_۲a_۲ \Rightarrow a_۲ = \frac{F}{m_۲}$$

اکنون با توجه به تعریف شتاب سرعت نهایی هر جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$a_{\text{لحظه‌ای}} = \bar{a} = \frac{\Delta v}{t} \Rightarrow \begin{cases} a_۲ = \dfrac{v_۲ - ۰}{t} \Rightarrow v_۲ = a_۲t = \dfrac{Ft}{m_۲} \\ a_۱ = \dfrac{v_۱ - ۰}{t} \Rightarrow v_۱ = a_۱t = \dfrac{Ft}{m_۱} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{m_۱}{m_۲}$$

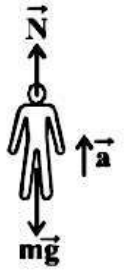
(فیزیک ۲ - دینامیک: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۹)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

-۲۲۷ (معصومه علیزاده)

هر حرکتی که از حال سکون شروع شود، بردار شتاب با بردار سرعت جسم هم‌جهت است، لذا جهت شتاب وارد بر شخص در جهت سرعت آن و به سمت بالا خواهد بود و می‌توان نوشت:



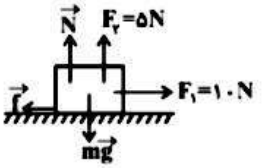
$$N - mg = ma \Rightarrow N = m(g+a)$$

$$= 50(10+2) = 600N$$

(فیزیک ۲ - دینامیک، صفحه‌های ۵۴ تا ۷۱)

-۲۲۸ (فرشاد لطف‌اله‌زاده)

جسم ساکن است، بنابراین می‌توان نوشت:



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow f_s = F_1 = 10N$$

چون جسم ساکن است بنابراین بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی $(f_{smax} = \mu_s N)$ باید بزرگتر و یا مساوی با نیروی اصطکاک فعلی $f_s = 10N$ باشد $(f_s \le f_{smax})$، ابتدا N را محاسبه می‌کنیم:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F_2 - mg = 0 \Rightarrow N = mg - F_2 = 20 - 5 = 15N$$

$$f_s \le f_{smax} \xrightarrow{f_{smax} = \mu_s N} 10 \le \mu_s \times 15 \Rightarrow \frac{2}{3} \le \mu_s$$

تنها گزینه‌ای که در شرط فوق صدق می‌کند، گزینهٔ «۳» می‌باشد.

(فیزیک ۲ - دینامیک، صفحه‌های ۵۴ تا ۷۱)

-۲۲۹ (نیما نوروزی)

با توجه به رابطهٔ بزرگی نیروی گرانشی بین دو جسم داریم:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{m'_1 m'_2}{m_1 m_2}\right) \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

از آنجا که جرم جسم‌ها نسبت به حالت اول تغییر نکرده است پس فاصلهٔ دو جسم را در دو حالت به‌دست می‌آوریم:

حالت اول: $r = \sqrt{(2-10)^2 + (10-4)^2} = 10m$

حالت دوم: $r' = \sqrt{(1-4)^2 + (2-(-2))^2} = 5m$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{10}{5}\right)^2 = 4$$

(فیزیک ۲ - دینامیک، صفحه‌های ۵۴ تا ۷۱)

-۲۳۰ (احسان کرمی)

با استفاده از رابطه نیروی فنر داریم:

$$F = k(\ell - \ell_0) \Rightarrow \Delta F = k(\ell_2 - \ell_1)$$

$$\Rightarrow (m_2 - m_1)g = k(\ell_2 - \ell_1)$$

$$\Rightarrow (5/7 - 5/5) \times 10 = k(204 - 200) \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 2 = 4 \times 10^{-2} k \Rightarrow k = 50\frac{N}{m}$$

برای طول اولیهٔ فنر داریم:

$$F = k(\ell - \ell_0) \Rightarrow 5/5 \times 10 = 50(2 - \ell_0) \Rightarrow \ell_0 = 0/9m$$

(فیزیک ۲ - دینامیک، صفحه‌های ۵۴ تا ۷۱)

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir

شیمی ۳

-۲۳۱ (مسعود بهفری)

$$2C(s)+2H_2O(g)\xrightarrow{\Delta}CH_4(g)+CO_2(g)$$

$$0/2molH_2O\times\frac{1mol\ گاز}{2molH_2O}=0/2mol\ گاز$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $2C_8H_{18}(g)+25O_2(g)\rightarrow 16CO_2(g)+18H_2O(g)$

$34=18+16=$ مجموع ضریب‌های فراورده‌ها

$27=2+25=$ مجموع ضریب‌های واکنش‌دهنده‌ها

گزینه «۲»: متانول (CH_3OH)، به‌تازگی به‌عنوان یک سوخت تمیز استفاده می‌شود.

گزینه «۴»: فرمول مولکولی ایزواوکتان C_8H_{18} و فرمول تجربی آن C_4H_9 می‌باشد.

(استوکیومتری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۵، ۳۲، ۳۳ و ۳۶)

-۲۳۲ (محمدرضا وسکری)

جملهٔ اول مربوط به قانون آووگادرو می‌باشد.

جملهٔ دوم در فشار ۱ اتمسفر و دمای صفر درجهٔ سلسیوس، حجم یک مول از گازهای مختلف ۲۲/۴ لیتر است.

جملهٔ سوم درست است.

جملهٔ چهارم تعداد مول‌های A دو برابر B است.

(استوکیومتری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

-۲۳۳ (علی مؤیدی)

واکنش تجزیه: $CaCO_3(s)\rightarrow CaO(s)+CO_2(g)$

در آغاز با فرض این‌که X درصد از کلسیم کربنات تجزیه شده است، جرم گاز حاصل را برحسب X به‌دست می‌آوریم:

$$0/5molCaCO_3\times\frac{X}{100}\times\frac{1molCO_2}{1molCaCO_3}\times\frac{44gCO_2}{1molCO_2}=0/22X$$

از طرف دیگر جرم کلسیم کربنات تجزیه‌شده را به‌دست می آوریم:

$$0/5molCaCO_3\times\frac{100gCaCO_3}{1molCaCO_3}\times\frac{X}{100}=0/5XgCaCO_3$$

اکنون جرم واکنش‌دهندهٔ باقی‌مانده را برحسب X به‌دست آورده و بر طبق صورت مسأله با جرم گازحاصل برابر در نظر می‌گیریم:

$$50-0/5X=0/22X\Rightarrow 50=0/72X\Rightarrow X\simeq 69/44\ \%$$

(استوکیومتری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

-۲۳۴ (حسن عیسی‌زاده)

ابتدا مقدار نظری دی‌اتیل‌اتر را به‌دست می آوریم و سپس مقدار اتانول لازم برای تهیهٔ مقدار نظری دی‌اتیل‌اتر را حساب می‌کنیم.

$$\frac{80}{100}=\frac{1/85g}{\text{مقدار نظری}}\Rightarrow \text{مقدار نظری اتر}=1/85g\times\frac{100}{80}=2/3125g$$

$$?gC_2H_5OH=2/3125g\text{اتر}\times\frac{1mol\ \text{اتر}}{74g\text{اتر}}\times\frac{2molC_2H_5OH}{1mol\ \text{اتر}}$$

$$\times\frac{46gC_2H_5OH}{1molC_2H_5OH}=2/875gC_2H_5OH$$

از آن‌جایی‌که مقدار اتانول مورد استفاده باید ۲۰ درصد بیش‌تر از مقدار مورد نیاز باشد، پس جرم اتانول لازم برابر است با:

$$\text{جرم اتانول لازم}=(2/875g)+(2/875g\times\frac{20}{100})=3/45g$$

(استوکیومتری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲ و ۳۲ تا ۳۴)

-۲۳۵ (علی نوری‌زاده)

$$2NaN_3\rightarrow 2Na+3N_2$$

$$6Na+Fe_2O_3\rightarrow 3Na_2O+2Fe$$

$$Na_2O+2CO_2+H_2O\rightarrow 2NaHCO_3$$

اکنون باید به‌کمک واکنش‌های بالا، حجم گاز نیتروژن تولیدشده در واکنش اول را به‌دست آورد:

$$16/8gNaHCO_3\text{ناخالص}\times\frac{80gNaHCO_3}{100gNaHCO_3\text{ناخالص}}$$

$$\times\frac{1molNaHCO_3}{84gNaHCO_3}\times\frac{1molNa_2O}{2molNaHCO_3}\times\frac{6molNa}{3molNa_2O}$$

$$\times\frac{3molN_2}{2molNa}\times\frac{22/4LN_2}{1molN_2}=5/376LN_2$$

(استوکیومتری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

-۲۳۶ (علی نوری‌زاده)

$$N_2(g)+3H_2(g)\rightarrow 2NH_3(g)$$

$$1/4gN_2\times\frac{1molN_2}{28gN_2}\times\frac{1}{1}=0/05molN_2\xrightarrow{+1}0/05$$

$$4/48LH_2\times\frac{1molH_2}{22/4LH_2}=0/2molH_2\xrightarrow{+3}0/067$$

$$0/05<0/067$$

پس N_2 واکنش‌دهندهٔ محدودکننده است.

فقط ۸۰ درصد از محدودکننده وارد واکنش می‌شود. بنابراین:

$$\text{مول مصرفی } N_2=\frac{80}{100}\times 0/05=0/04molN_2$$

$$\text{مول مصرفی } H_2=0/04molN_2\times\frac{3molH_2}{1molN_2}=0/12molH_2$$

پس ۰/۰۸ مول از ۰/۲ مول هیدروژن، مصرف نشده باقی می‌ماند و به آمونیاک تبدیل نمی‌شود.

$$\frac{0/08}{0/2}\times 100=40\ \%$$

(استوکیومتری) (شیمی ۳، صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

-۲۳۷ (فرشاد میرزایی)

$$Q=m.c.\Delta T\Rightarrow\Delta T=\frac{Q}{m.c}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود ΔT با c رابطهٔ عکس دارد. بنابراین فلزی که ظرفیت گرمایی ویژه بالاتری دارد، ΔT آن کم‌تر خواهد بود و برعکس یعنی:

$c:A>B>C$ (ظرفیت گرمایی ویژه)

$\Delta T:C>B>A$ (تغییر دما)

(ترمودینامیک شیمیایی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

-۲۳۸ (علی نوری‌زاده)

$$۴/۱۸۴\frac{J}{g.°C}\times\frac{۱cal}{۴/۱۸۴J}\times\frac{۱۸g}{۱mol}=۱۸cal.mol^{-۱}.°C^{-۱}$$

(ترمودینامیک شیمیایی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

-۲۳۹ (علی نوری‌زاده)

$$C_۲H_۵OH=۴۶\frac{g}{mol}$$

$$\text{ظرفیت گرمایی مولی}=۸۶۲/۵\frac{J}{°C}\times\frac{۱}{۵۰۰mL}\times\frac{۱mL}{۰/۶۹g}\times\frac{۴۶g}{۱mol}=۱۱۵\frac{J}{mol.°C}$$

(ترمودینامیک شیمیایی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

-۲۴۰ (حامد رواز)

ظرف مسی گرما از دست می‌دهد $(q_۱<۰)$ و آب همان مقدار گرما را جذب می‌کند $(q_۲>۰)$ تا جایی که هم‌دما شوند. بنابراین داریم:

$$-q_۲=+q_۱\Rightarrow-۴۰۰\times ۸c_{Cu}\times(T_۲-۳۰)=۲۰۰\times c_{Cu}\times(T_۲-۱۴۰)$$

$$T_۲\simeq ۳۶/۴۷°C$$

(ترمودینامیک شیمیایی) (شیمی ۳، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

شیمی پیش‌دانشگاهی

-۲۴۱ (روح‌الله علیزاده)

وقوع واکنش میان واکنش‌دهنده‌ها و جهت پیشرفت واکنش‌های شیمیایی در علم ترمودینامیک بررسی می‌شود. در حالی‌که پیشرفت واکنش در واحد زمان (که همان سرعت واکنش است) در شاخهٔ سینتیک بررسی می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با مخلوط کردن محلول‌های سدیم کلرید و نقره نیترات، رسوب سفیدرنگ نقره کلرید به‌سرعت تشکیل می‌شود.

$$NaCl(aq)+AgNO_۳(aq)\rightarrow \underbrace{AgCl(s)}_{\text{رسوب سفیدرنگ}}+NaNO_۳(aq)$$

گزینه «۳»: سینتیک شیمیایی به بررسی چگونگی و سرعت انجام واکنش می‌پردازد.

گزینه «۴»: تعداد اندکی از واکنش‌ها با سرعت ثابتی پیشرفت می‌کنند (واکنش‌های مرتبهٔ صفر) و با گذشت زمان سرعت آن‌ها کاهش نمی‌یابد.

(مفهوم سرعت) (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۲ و ۳)

-۲۴۲ (رسول عابدینی‌زواره)

$$۲N_۲O_۵(g)\rightarrow ۴NO_۲(g)+O_۲(g)$$

$$۵۴۰gN_۲O_۵\times\frac{۱molN_۲O_۵}{۱۰۸gN_۲O_۵}=۵molN_۲O_۵$$

$$\bar{R}_{N_۲O_۵}=\frac{۵mol}{۷۵s}\times\frac{۶۰s}{۱min}=۴mol.min^{-۱}$$

$$\bar{R}_{NO_۲}=۵mol.L^{-۱}.min^{-۱}\times VL=۵Vmol.min^{-۱}$$

$$\frac{\bar{R}_{N_۲O_۵}}{۲}=\frac{\bar{R}_{NO_۲}}{۴}\Rightarrow\frac{۴mol.min^{-۱}}{۲}=\frac{۵Vmol.min^{-۱}}{۴}$$

$$\Rightarrow ۵V=\frac{۴\times۴}{۲}\Rightarrow V=۱/۶L$$

(مفهوم سرعت) (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۶ تا ۹)

-۲۴۳ (موسی خیاط‌علیمحمدی)

آ – به جای (همهٔ) باید (برخی) نوشته می‌شد. (غ)

ب – دانشمندان در پی یافتن راه‌هایی هستند که بتوانند واکنش‌های ناخواسته را متوقف کنند. (غ)

پ – جمله صحیح است.

ت – سرعت واکنش بحث سینتیک است و ممکن است برای یک واکنش $\Delta G<۰$ باشد ولی به‌دلیل E_a بزرگ، واکنش انجام نگیرد یا کُند انجام گیرد. (غ)

(مفهوم سرعت) (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه ۳)

-۲۴۴ (حامد رواز)

اگر به نمودار توجه کنید می‌بینید که غلظت $N_۲O_۴$ و $NO_۲$ در دقیقهٔ ۲ با هم برابر است. بنابراین:

	$N_۲O_۴\rightarrow ۲NO_۲$	
غلظت اولیه:	۰/۹	۰
تغییر غلظت:	$-x$	$+۲x$
غلظت باقی‌مانده:	$۰/۹-x$	$۲x$

$$۰/۹-x=۲x\Rightarrow ۰/۹=۳x\Rightarrow x=۰/۳$$

سرعت متوسط مصرف $N_۲O_۴$ در ۲ دقیقهٔ اول واکنش برحسب $mol.L^{-۱}.s^{-۱}$ به صورت زیر است:

$$\bar{R}_{N_۲O_۴}=\frac{-\Delta[N_۲O_۴]}{۲-۰}$$

$$=\frac{-(۰/۶-۰/۹)}{۲}=\frac{۰/۳}{۲}=۰/۱۵\frac{mol}{L.min}$$

$$\Rightarrow ۰/۱۵\frac{mol}{L.min}\times\frac{۱min}{۶۰s}=۰/۰۰۲۵\frac{mol}{L.s}$$

(مفهوم سرعت) (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۶ تا ۹)

-۲۴۵ (شهرام محمدزاده)

وقتی در واکنش، محدودهٔ زمانی برای تولید یا مصرف یک ماده مشخص نشود باید زمان کل انجام واکنش را در نظر بگیریم. واکنش در ثانیهٔ ۵۰ تمام شده است، مول کربن دی‌اکسید تولیدشده را به‌دست می‌آوریم:

$$n=\frac{۱/۵۴}{۴۴}=۰/۰۳۵mol$$

$CO_۲$ گازی تولیدشده حجم ۷۰۰ میلی‌لیتری یا ۰/۷ لیتری را اشغال می‌کند. بنابراین:

$$[CO_۲]=\frac{۰/۰۳۵mol}{۰/۷L}=۰/۰۵mol.L^{-۱}$$

با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\bar{R}_{CO_۲}=\frac{(۰/۰۵-۰)mol.L^{-۱}}{(۵۰-۰)s}=۰/۰۰۱\frac{mol}{L.s}$$

چون غلظت واکنش‌دهنده‌ها را افزایش داده‌ایم، درنتیجه سرعت واکنش و نیز سرعت تولید $CO_۲$ افزایش می‌یابد.

(مفهوم سرعت) (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۸ و ۹)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

۲۴۶- *(سیدطاها مصطفوی)*

واکنش تجزیهٔ حرارتی $KClO_3$: $2KClO_3(s) \rightarrow 2KCl(s) + 3O_2(g)$

اختلاف جرم مواد اولیه و مواد جامد باقی‌مانده، جرم گاز تولیدشده از واکنش است.

O_2 جرم گاز $= 488 - 408 = 80g$

$$\text{مول اکسیژن تولیدی} = 80gO_2 \times \frac{1molO_2}{32gO_2} = 2/5molO_2$$

$$\bar{R}_{O_2} = 3R_{\text{واکنش}} \Rightarrow \bar{R}_{O_2} = 3 \times \frac{5}{3} \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-3} mol.s^{-1}$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n_{O_2}}{\Delta t} = 5 \times 10^{-3} = \frac{2/5}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 500s$$

زمان لازم برای تجزیهٔ کامل پتاسیم کلرات:

$$KClO_3 = 488g \times \frac{1mol}{122g} = 4molKClO_3$$

$$\bar{R}_{KClO_3} = 2\bar{R}_{\text{واکنش}} = 2 \times \frac{5}{3} \times 10^{-3} = \frac{10^{-2}}{3} mol.s^{-1}$$

$$\bar{R}_{KClO_3} = -\left(\frac{\Delta n(KClO_3)}{\Delta t}\right) \Rightarrow \frac{10^{-2}}{3} = \frac{4}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1200s$$

$KClO_3$ زمان لازم برای تجزیهٔ باقی‌ماندهٔ $= 1200 - 500 = 700s$

(مفهوم سرعت) (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۸ و ۹)

۲۴۷- *(مصطفی عرب‌عامری)*

مورد «آ» اثر کاتالیزگر، مورد «ب» اثر سطح تماس، مورد «پ» اثر غلظت و مورد «ت» اثر ماهیت واکنش‌دهنده‌ها را نشان می‌دهد.

(عوامل مؤثر بر سرعت واکنش) (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۲۴۸- *(فرشاد هادیان‌فرد)*

قانون سرعت واکنش به شکل $R = k[NO]^m[O_2]^n$ است. از مقایسهٔ آزمایش‌های شمارهٔ یک و دو، متوجه می‌شویم که مقدار عددی n برابر با یک است. با مقایسهٔ آزمایش‌های دو و سه، متوجه می‌شویم که مقدار m برابر با ۲ است. با کمک مقادیر به‌دست آمده از m و n، می‌توانیم مقدار k را به‌دست آوریم:

$$0/72 = k[O_2]^1[NO]^2 \Rightarrow 0/72 = k\left(\frac{1}{10}\right)^1\left(\frac{1}{10}\right)^2$$

$$\Rightarrow k = 720 mol^{-2}.L^2.s^{-1}$$

(عوامل مؤثر بر سرعت واکنش) (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۲۴۹- *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$2HCl(aq) + CaCO_3(s) \rightarrow CaCl_2(aq) + H_2O(l) + CO_2(g)$$

عبارت اول: نادرست. نمودار B مربوط به افزایش غلظت اسید و نمودار C به کاهش دمای مخلوط ظرف واکنش مربوط است.

عبارت دوم: درست. زیرا طبق معادلهٔ واکنش، $\bar{R}CO_2 = \bar{R}CaCO_3$ است.

عبارت سوم: درست. در نمودار B سرعت تولید مول‌های CO_2 افزایش یافته است که می‌تواند مربوط به افزایش غلظت اسید یا افزایش دمای مخلوط ظرف واکنش باشد.

عبارت چهارم: درست. زیرا با تغییر غلظت اسید سرعت تولید مول‌های CO_2 تغییر یافته است اما مقدار CO_2 تولید شده در پایان تغییری نداشته است.

(عوامل مؤثر بر سرعت واکنش) (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۲۵۰- *(اکبر ابراهیم‌نتاج)*

$0/3L$ از محلول B باغلظت $2\frac{mol}{L}$ در اختیار داریم:

$$\Rightarrow 2 \times 0/3 = 0/6molB$$

$$0/6 + 0/2 = 0/8molB$$

حالت اول: $A = 0/1mol \quad B = 0/2mol \quad V_1 = 0/1L$

حالت دوم: $A = 0/1mol \quad B = 0/8mol \quad V_2 = 0/4L$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(\frac{0/1}{0/4})^2 \times (\frac{0/8}{0/4})^{\frac{1}{2}}}{(\frac{0/1}{0/1})^2 (\frac{0/2}{0/1})^{\frac{1}{2}}} = (\frac{1}{4})^2 = 0/0625$$

(عوامل مؤثر بر سرعت واکنش) (شیمی پیش‌دانشگاهی، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

شیمی ۲

۲۵۱- *(حسین سلیمی)*

مندلیف خواص ۱۰ عنصر را پیش‌بینی کرد که ۸ مورد از آن‌ها درست بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در جدول امروزی نیز در برخی موارد، عناصر سنگین‌تر قبل از عناصر سبک‌تر قرار می‌گیرند.

گزینه «۳»: جدول مندلیف براساس افزایش تدریجی جرم اتمی مرتب شده است.

گزینه «۴»: این عناصر در جدول امروزی در گروه ۱۳ و در جدول مندلیف در گروه ۳ قرار گرفتند.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۲۵۲- *(رسول عابدینی‌زواره)*

عناصر داده شده مربوط به گروه فلزات قلیایی است و نماد شیمیایی A به‌صورت Rb (روبیدیم) است.

آرایش الکترونی همهٔ این عناصر به‌صورت ns^1 و آرایش الکترونی سدیم به‌صورت $3s^1$ است.

در این گروه انرژی یونش از بالا به پایین کاهش و شعاع اتمی از بالا به پایین افزایش و نقطهٔ ذوب از بالا به پایین کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲، صفحه ۳۴)

۲۵۳- *(هامد رواز)*

عبارت آ) درست است، در این دوره برم (Br) در دما و فشار اتاق مایع و کریپتون (Kr) گاز است.

عبارت ب) درست است، شبه‌فلزهای تناوب چهارم $_{32}Ge$ و $_{33}As$ هستند که:

$$_{32}Ge: [_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^2$$

۲ الکترون جفت‌نشده

@elmeruzkonkoor

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

$_{33}As : [_{18}Ar]3d^{10}4s^2 \underbrace{4p^3}_{\text{۳ الکترون جفت‌نشده}}$

عبارت پ) نادرست است، در تناوب چهارم زیرلایه‌های 4s، 4p و 3d در حال پرشدن هستند.

عبارت ت) درست است.

$_{24}Cr : [_{18}Ar]3d^5 4s^1$

(شیمی ۲، صفحه ۳۳)

-۲۵۴ (سیدطاها مصطفوی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: فلزات قلیایی در بیرونی‌ترین لایهٔ الکترونی خود یک الکترون دارند. با از دست‌دادن تک‌الکترون ظرفیتی خود به آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب قبل از خود می‌رسند. باید توجه داشت که He در لایهٔ ظرفیت خود دو الکترون دارد و فاقد آرایش هشتایی (ns^2np^6) است.

گزینه «۳»: مطابق جدول ۳۶ کتاب درسی تغییرات نقطهٔ ذوب و جوش درگروه فلزات قلیایی خاکی نامنظم است و کم‌ترین نقطهٔ ذوب و جوش مربوط به منیزیم است؛ اما فراوان‌ترین فلز قلیایی خاکی کلسیم است.

گزینه «۴»: عناصر ۸۹ تا ۱۰۲ (دسته اکتینیدها)، دارای هستهٔ ناپایداری هستند و در این عناصر ساختار هسته نسبت به آرایش الکترونی از اهمیت کاربردی بیش‌تری برخوردار است. عناصر ۵۷ تا ۷۰ جدول، دستهٔ لانتانیدها را تشکیل می‌دهند. پس $(_{65}Tb)$ جزو لانتانیدها است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۳۴، ۳۶، ۳۸ و ۳۹)

-۲۵۵ (حسن رحمتی‌کوکنده)

با توجه به شکل $r_W = r_C + 40$ است. بنابراین:

$$\left.\begin{matrix} 4r_C + 2r_W = 920 \\ r_W = r_C + 40 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 4(r_W - 40) + 2r_W = 920$$

$$6r_W = 1080 \Rightarrow r_W = 180pm$$

$$r_C = 180 - 40 = 140pm$$

(شیمی ۲، صفحه ۴۳)

-۲۵۶ (علی قرزادتبار)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: عنصرهای B(Ca۲۰) و C(Zn۳۰) دارای اکسیدی با فرمول MO هستند و در جدول اولیهٔ مندلیف نیز در یک گروه قرار دارند. (به‌دلیل داشتن فرمول اکسید یکسان)

عبارت دوم: در دورهٔ پنجم به‌جز D(Sb) عنصر Te نیز به عنوان یک شبه‌فلز حضور دارد.

عبارت سوم: عنصر G همان Br است. این عنصر در دمای اتاق به‌صورت مایع می‌باشند.

عبارت چهارم: عنصر B، همان Ca است که در گروه خود در مرتبهٔ دوم بالاترین نقطهٔ ذوب قرار گرفته است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۳۰، ۳۳ و ۳۶)

-۲۵۷ (حسن رحمتی‌کوکنده)

با توجه به نمودار انرژی نخستین یونش، E گاز نجیب و F فلز قلیایی است. با فرض این که عنصرهای A، B، C، D و E به دورهٔ دوم و F و G متعلق به دورهٔ سوم باشند:

$C\ [_2He]2s^2 2p^4 \rightarrow C^+\ [_2He]2s^2 2p^3$

$D\ [_2He]2s^2 2p^5 \rightarrow D^+\ [_2He]2s^2 2p^4$

$E\ [_2He]2s^2 2p^6 \rightarrow E^+\ [_2He]2s^2 2p^5$

$F\ [_{10}Ne]3s^1 \rightarrow F^+\ [_2He]2s^2 2p^6$

$G\ [_{10}Ne]3s^2 \rightarrow G^+\ [_{10}Ne]3s^1$

هرچه تعداد لایه کم‌تر باشد انرژی نخستین یونش بیش‌تر است و در تعداد لایه برابر مقایسه به صورت مقابل است:

انرژی دومین یونش: $F > E > C > D > G$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: F و G شعاع بزرگ‌تری از عنصرهای دیگر دارند چون تعداد لایهٔ الکترونی آن‌ها بیش‌تر است.

گزینه «۳»: E گاز نجیب است که برای آن الکترونگاتیوی درنظر نمی‌گیرند.

گزینه «۴»: E گاز نجیب است که واکنش‌پذیری از خود نشان نمی‌دهد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

-۲۵۸ (محمدرضا پورشیری)

«آ»: درست است.

«ب»: نادرست، دورهٔ ۱، ۲ نافلز و دورهٔ ۲، ۵ نافلز دارد.

«پ»: نادرست، گروه ۱۸، ۲ نافلز بیش‌تر از گروه ۱۷ دارد.

«ت»: درست، در مجموع ۶ نافلز، ۶ شبه‌فلز و ۶ فلز در این ۳ دوره در بین عناصر دستهٔ p وجود دارد.

(شیمی ۲، صفحه ۳۳)

-۲۵۹ (موسی خیاط‌علیمحمدی)

اکثر فلزات واسطه دورهٔ چهارم، هنگامی که به کاتیون تبدیل می‌شوند، دارای زیرلایهٔ d حاوی الکترون هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: تمامی نافلزات دورهٔ سوم با گرفتن e به آرایش هشتایی می‌رسند.

گزینه «۳»: می‌تواند مربوط به گاز آرگون باشد که بیش‌ترین IE_1 را در دورهٔ سوم دارد.

گزینه «۴»: عنصر گروه (I) در دورهٔ چهارم بیش‌ترین شعاع را در همان دوره دارد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۳۳، ۴۴ و ۴۵)

-۲۶۰ (علی قرزادتبار)

فقط عبارت (آ) نادرست است.

عبارت (آ): در گروه ۱۷ (هالوژن‌ها) با افزایش شعاع اتمی، فعالیت شیمیایی عنصرها کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۳۹، ۴۴ و ۴۵)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir